*Problemi di secondo grado*

1. Una ditta spende ogni giorno 700 € per gli stipendi. Riducendo il personale di 5 unità e aumentando di 5 € lo stipendio giornaliero di ciascun dipendente, la ditta risparmia 100 € al giorno. Calcola il numero iniziale di dipendenti, supponendo che percepiscano tutti lo stesso stipendio. $[20]$
2. Un'azienda possiede due autocarri per il trasporto della merce. Con il primo ogni viaggio costa 200 €, con il secondo 270 €. La portata del secondo autocarro supera di una tonnellata quella del primo, e il costo di ogni tonnellata di merce trasportata dal primo supera di 10 € quella del secondo. Determina le portate dei due autocarri. $[2t, 3t]$
3. Dividendo in parti uguali la somma di 12 € tra un certo numero di persone, ciascuna ottiene 1 € in più di quanto otterrebbe se la stessa somma fosse ripartita tra un numero di persone superiore di due unità. Calcola il numero di persone. $[4]$
4. La somma delle età di un padre, una madre e un figlio è 92 anni. Quando è nato il figlio, il padre aveva 26 anni. Il prodotto delle età dei genitori è uguale a 8 volte il quadrato dell'età del figlio meno 48. Calcola l'età di ciascuno dei componenti della famiglia. $[40, 38, 14]$
5. Da ciascuno dei lati di un foglio di carta di dimensioni $a = 12\,cm$ , $b = 9\,cm$ viene tagliata una striscia,in modo che la superficie del rettangolo rimanente sia $S' = 54\,cm^2$ . Determina la larghezza della striscia tagliata. $[1{,}5\,cm]$
6. Determina, sul prolungamento di un segmento AB di lunghezza *l*, dalla parte di B, un punto P tale che, condotto il segmento $PQ = PB$ perpendicolare ad AB, l'area del triangolo APQ sia $S = l^2/2$ . $[BP = l(\sqrt{5} - 1)/2]$
7. Due automobili partono contemporaneamente per un viaggio di lunghezza $l = 360\,km$ , che percorrono a velocità costante. La prima automobile, che viaggia a velocità superiore di $\Delta v = 10\,km/h$ rispetto alla seconda, arriva mezz'ora prima. Determina la velocità delle due automobili. $[90\,km/h\,;\,80\,km/h]$
8. Un ciclista percorre una distanza $d = 50\,km$ a velocità costante, e ritorna al punto di partenza, lungo la stessa strada, ad una velocità inferiore di $5\,km/h$ rispetto a quella tenuta all'andata. Determina la velocità del ciclista, sapendo che la durata complessiva del suo viaggio è di 4 ore e 30 minuti. $[25\,km/h]$
9. Utilizzando una lunghezza $l = 240\,m$ di filo spinato, si vuole recintare un appezzamento di terreno di forma rettangolare,avente superficie $S = 3\,200\,m^2$ . Quali sono le dimensioni dell'appezzamento? $[40\,m\,;\,80\,m]$

*Soluzioni*

1. Poniamo $n = n^\circ\, dipendenti$ con $n \in \mathbb{N} \wedge n > 5$ .

   Lo stipendio di ciascun dipendente è $700/n$ euro.

   Tagliando i dipendenti, lo stipendio diventa $600/(n-5)$ euro.

   Il testo ci informa che: $\frac{700}{n} + 5 = \frac{600}{n-5} \Rightarrow 700(n-5) + 5n(n-5) = 600n \Rightarrow$

   $n^2 + 15n - 700 = 0 \Rightarrow n = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 2800}}{2} = \frac{-15 \pm 55}{2} \Rightarrow n_1 = -35\, non\, acc\,;\ \ n_2 = 20\, acc$

   La ditta ha quindi 20 dipendenti, ognuno dei quali guadagna 35 € al giorno.

2. Indichiamo con $x$ e $x+1$ le portate (in tonnellate) del 1° e del 2° autocarro, con $x > 0$ .

   I costi per tonnellata sono quindi $200/x$ e $270/(x+1)$ rispettivamente.

   Dal testo sappiamo che: $\frac{200}{x} = \frac{270}{x+1} + 10 \Rightarrow 200(x+1) = 270x + 10x(x+1) \Rightarrow$

   $x^2 + 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x+10)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = -10\, non\, acc\,;\ \ x_2 = 2\, acc$

   Quindi i due autocarri hanno una portata di 2 e 3 tonnellate, mentre i costi per tonnellata sono rispettivamente di 100 € e 90 €.

3. Poniamo $n = n^\circ\, persone$ . Impostiamo l'equazione:

   $\frac{12}{n} = \frac{12}{n+2} + 1 \Rightarrow 12(n+2) = 12n + n(n+2) \Rightarrow n^2 + 2n - 24 = 0 \Rightarrow$

   $(n+6)(n-4) = 0 \Rightarrow n_1 = -6\, non\, acc\,;\ \ n_2 = 4\, acc$

   Ci sono 4 persone, ognuna delle quali riceve 3 €.

4. Indichiamo con P, M, F rispettivamente l'età del padre, della madre e del figlio.

   Se poniamo $F = x$ , sappiamo che: $P = x + 26$ , $M = 92 - x - (x+26) = 66 - 2x$ .

   Impostiamo l'equazione: $PM = 8F^2 - 48 \Rightarrow (x+26)(66-2x) = 8x^2 - 48 \Rightarrow$

   $5x^2 - 7x - 882 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 17640}}{10} = \frac{7 \pm 133}{133} \Rightarrow x_1 = -12{,}6\, non\, acc\,;\ \ x_2 = 14\, acc$

   Quindi il figlio ha 14 anni, il padre ne ha $14 + 26 = 40$ , la madre ne ha $66 - 28 = 38$ .

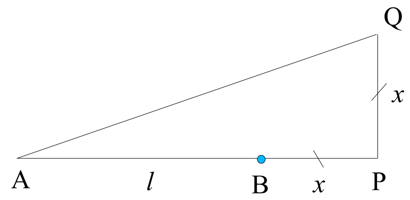
5. Se indichiamo con $x$ la larghezza in *cm* della striscia tagliata, abbiamo $0 \le x \le 4{,}5$ .

   Impostiamo l'equazione: $(12-2x)(9-2x) = 54 \Rightarrow 2x^2 - 21x + 27 = 0 \Rightarrow$

   $x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 216}}{4} = \frac{21 \pm 15}{4} \Rightarrow x_1 = 1{,}5\, acc\,;\ \ x_2 = 9\, non\, acc$

   Quindi la striscia da tagliare misura $1{,}5\, cm$ .

6. Poniamo $BP=PQ=x$ con $x>0$ .




Impostiamo l'equazione: $\frac{l(l+x)}{2}=\frac{l^2}{2} \Rightarrow x^2+lx-l^2=0 \Rightarrow$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\,non\,acc\,;\;\; x_2=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\,acc$ .

Osserviamo che BP risulta essere la sezione aurea del segmento AB.

7. Indichiamo con $x$ e $x-10$ rispettivamente le velocità in $km/h$ della 1^ e della 2^ automobile. I rispettivi tempi di percorrenza saranno $360/x$ e $360/(x-10)$ con $x>0$ .

Sappiamo dal testo che: $\frac{360}{x}+\frac{1}{2}=\frac{360}{x-10} \Rightarrow 720(x-10)+x(x-10)=720\,x \Rightarrow$

$x^2-10\,x-7100=0 \Rightarrow (x-90)(x+80)=0 \Rightarrow x_1=-80\,non\,acc\,;\;\; x_2=90\,acc$

Quindi le velocità delle due automobili sono di $90\,km/h$ e $80\,km/h$ e i tempi di percorrenza sono di $4\,h$ e $3{,}5\,h$ rispettivamente.

8. Se indichiamo con $v$ la velocità del ciclista in $km/h$ , abbiamo $v>5$ .

Impostiamo l'equazione: $\frac{50}{v}+\frac{50}{v-5}=4{,}5 \Rightarrow 50(v-5)+50\,v=4{,}5\,v(v-5) \Rightarrow$

$4{,}5\,v^2-122{,}5\,v+250=0 \Rightarrow v=\frac{122{,}5\pm102{,}5}{9} \Rightarrow v_1=2{,}\overline{2}\,non\,acc\,;\;\; v_2=25\,acc$

Quindi la velocità del ciclista è di $25\,km/h$ all'andata e $20\,km/h$ al ritorno, e i tempi di percorrenza sono di $2\,h$ all'andata e $2{,}5\,h$ al ritorno.

9. Se indichiamo con $x$ la lunghezza in metri di una delle dimensioni del rettangolo, l'altra dimensione misurerà $120-x$ metri, ed avremo la condizione $0\le x\le 120$ .

Impostiamo l'equazione: $x(120-x)=3200 \Rightarrow x^2-120\,x+3200=0 \Rightarrow$

$(x-40)(x-80)=0 \Rightarrow x_1=40\,acc\,;\;\; x_2=80\,acc$ .

L'appezzamento è quindi un rettangolo di dimensioni $40\,m$ e $80\,m$ (le due soluzioni, distinte dal punto di vista algebrico, corrispondono alla stessa figura, a meno di una congruenza).