

### Potenziale elettrico

• Se per spostare una carica di  $3\text{ C}$  da un punto A a un punto B la forza del campo elettrostatico compie un lavoro di  $15\text{ J}$ , la differenza di potenziale  $V_A - V_B$  è

A  $45\text{ V}$

B  $23\text{ V}$

C  $15\text{ V}$

D  $5\text{ V}$

E  $3\text{ V}$

[1° livello 2022]

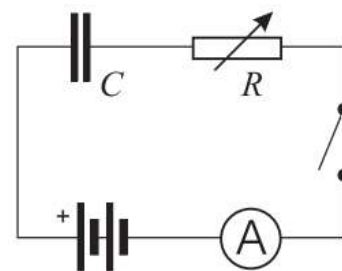
RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

Il lavoro  $L$  compiuto dalla forza del campo per spostare una carica  $Q$  attraverso la d.d.p.

$\Delta V = V_B - V_A$  è dato da  $L = -Q\Delta V$  da cui

$$V_A - V_B = \frac{L}{Q} = 5\text{ V} .$$

Un condensatore è collegato in serie ad un resistore variabile, ad un amperometro molto sensibile, ad un interruttore e ad una batteria come mostrato in figura.



Alla chiusura dell'interruttore, si varia progressivamente la resistenza  $R$  in modo tale da garantire che il condensatore  $C$  abbia una corrente di carica costante di  $2 \times 10^{-5} A$  per un tempo di  $30 s$ . In questo intervallo di tempo la differenza di potenziale tra le piastre del condensatore sale da  $0 V$  a  $12 V$ .

• Qual è la capacità del condensatore?

- A  $2.4 \times 10^{-4} F$
- B  $2.0 \times 10^{-4} F$
- C  $5.0 \times 10^{-5} F$
- D  $8.0 \times 10^{-6} F$
- E  $1.7 \times 10^{-6} F$

[1° livello 2022]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  C

Per definizione la capacità di un condensatore è  $C=Q/V$  dove  $Q$  è la carica sulle armature e  $V$  la differenza di potenziale tra le stesse. Se il condensatore viene caricato con una corrente costante

$I=2 \times 10^{-5} A$  per un intervallo di tempo  $\Delta t=30 s$ , sulle armature si deposita una carica

$Q=I \Delta t$ , quindi la capacità del condensatore è

$$C=\frac{I \Delta t}{V}=5.0 \times 10^{-5} F .$$

Una lastra conduttrice infinita di spessore  $2\text{ cm}$  è immersa in un campo elettrico uniforme di intensità  $E = 400\text{ V m}^{-1}$  diretto da sinistra a destra.

$2\text{ cm}$  a destra della lastra il potenziale ha valore nullo:  $V_0 = 0$ .

• Quanto vale il potenziale  $V_3$ , in un punto a  $3\text{ cm}$  a sinistra della lastra?

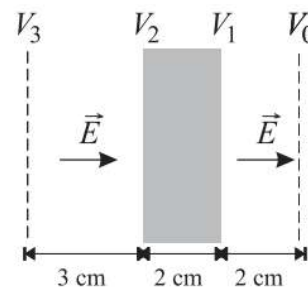
A  $-28\text{ V}$

B  $-20\text{ V}$

C  $+12\text{ V}$

D  $+20\text{ V}$

E  $+28\text{ V}$



[1° livello 2021]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

In presenza del campo elettrico esterno il conduttore si polarizza in modo da raggiungere una condizione di potenziale uniforme. Poiché sulle due facce della lastra si formano due distribuzioni di cariche uniformi e opposte, il campo esterno non viene alterato.

Pertanto, dette  $d_{01} = 2\text{ cm}$  e  $d_{23} = 3\text{ cm}$  le distanze dei punti in esame dalle facce della lastra, e ricordando che  $\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{s}$ :

$$V_1 - V_0 = E d_{01} \quad ; \quad V_2 - V_1 = 0 \quad ; \quad V_3 - V_2 = E d_{23} \quad .$$

Per cui, sommando membro a membro,

$$V_3 - V_0 = V_3 = E(d_{01} + d_{23}) = 20\text{ V} \quad .$$

• L'unità  $V m^{-1}$  misura la stessa grandezza fisica di

A  $J V^{-1}$

B  $J C$

C  $N A^{-1} m^{-1}$

D  $N m^2 C^{-2}$

E  $N C^{-1}$

[1° livello 2021]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  E

L'unità proposta misura il campo elettrico, che può anche essere espresso in  $N C^{-1}$ . Infatti

$$V m^{-1} = (J C^{-1}) m^{-1} = N m C^{-1} m^{-1} = N C^{-1}$$

Alternativamente, utilizzando le unità fondamentali ( $kg, m, s, A$ ),  $V m^{-1} = kg m s^{-3} A^{-1}$  si ha

A  $J V^{-1} = s A$

B  $J C = kg m^2 s^{-1} A$

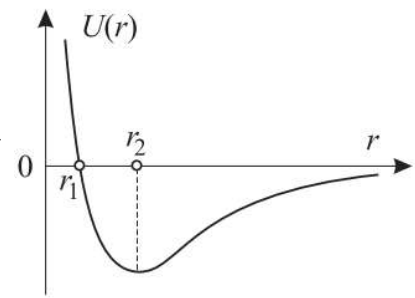
C  $N A^{-1} m^{-1} = kg s^{-2} A^{-1}$

D  $N m^2 C^{-2} = kg m^3 s^{-4} A^{-2}$

E  $N C^{-1} = kg m s^{-3} A^{-1}$

Il grafico mostra l'energia potenziale  $U$  in funzione della distanza  $r$  tra due molecole.

- Quale delle seguenti alternative descrive correttamente la forza tra le molecole?



	<i>attrattiva per</i>	<i>repulsiva per</i>
A	$r < r_1$	$r > r_1$
B	$r > r_1$	$r < r_1$
C	$r < r_2$	$r > r_2$
D	$r > r_2$	$r < r_2$
E	tutti i valori di $r$	nessun valore di $r$

[1° livello 2021]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

Un sistema lasciato libero di evolvere tende sempre a stati di energia potenziale minore; di conseguenza per  $r=r_2$  (minimo di energia potenziale) si avrà un punto di equilibrio. Per valori di  $r$  diversi, il sistema tende spontaneamente a portarsi verso  $r_2$  e quindi per  $r < r_2$  la distanza tra le molecole tende a crescere e quindi la forza sarà repulsiva, mentre per  $r > r_2$  tende a decrescere e quindi la forza sarà attrattiva.

Si ricorda anche che in un grafico di energia potenziale in funzione della distanza  $r$ , la componente radiale della forza è data dalla pendenza della curva cambiata di segno ( $F = -dU/dr$ ) per cui laddove l'energia potenziale decresce la forza è positiva e quindi repulsiva, mentre dove l'energia potenziale cresce la forza è attrattiva.

Una carica elettrica di  $-9\mu C$  si trova inizialmente a una distanza di  $1\text{ m}$  da una carica elettrica di  $+4\mu C$  .

• Quanto lavoro occorre fare per spostarla fino a  $2\text{ m}$  di distanza dall'altra?

A  $-0.324\text{ J}$

B  $-0.081\text{ J}$

C  $+0.162\text{ J}$

D  $+0.243\text{ J}$

E  $+0.486\text{ J}$

[1° livello 2020]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  C

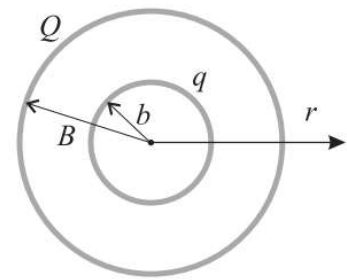
Il lavoro che occorre fare è pari alla differenza fra le energie potenziali alle due distanze. Posto

$q_1 = -9\mu C$  ,  $q_2 = +4\mu C$  ;  $r_f = 2\text{ m}$  ,  $r_i = 1\text{ m}$  ; l'aumento è pari a

$$k_{es} q_1 q_2 \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = 0.162\text{ J} .$$

Si osservi che il lavoro è positivo perché, aumentando la distanza, le due cariche sono meno legate e quindi aumenta l'energia potenziale.

In figura sono mostrati due gusci sferici concentrici isolati l'uno dall'altro. Il guscio più piccolo ha raggio  $b$  e carica positiva  $q$ . Il guscio più largo ha raggio  $B$  e carica positiva  $Q$ .



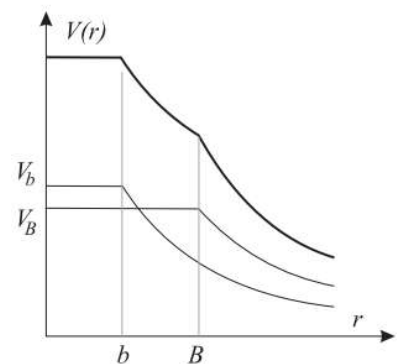
• Se  $r$  è la distanza dal centro comune delle sfere, in quali punti si ha il potenziale elettrico massimo?

- A Solo nel centro.
- B In tutti i punti per cui  $r \leq b$  .
- C A distanza infinita.
- D In tutti i punti per cui  $b < r < B$  .
- E Appena fuori dal guscio di raggio  $B$ .

[1° livello 2019]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  B

In tutti i punti interni ad un singolo guscio sferico con carica positiva il potenziale è uniforme mentre nei punti esterni decresce come  $1/r$  man mano che ci si allontana dalla superficie. Dunque, se un guscio è carico positivamente, il suo potenziale è massimo in tutti i punti del guscio sia quelli interni sia quelli sulla superficie.

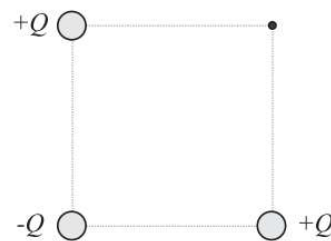


Inoltre, il potenziale elettrostatico è una grandezza additiva, per cui il potenziale, nel caso di due gusci, si calcola sommando il potenziale di ciascun guscio.

In figura sono rappresentati sia gli andamenti dei potenziali dei due gusci,  $V_B(r)$  e  $V_b(r)$  , nel caso  $Q/B < q/b$  , sia il potenziale  $V(r)$  somma dei due.

Se  $r \leq b$  entrambi i potenziali sono uniformi e assumono i valori massimi (  $V_b = kq/b$  e  $V_B = kQ/B$  ). In ogni altra regione il valore di  $V$  è sempre più piccolo.

Tre cariche di valore  $\pm Q$ , con  $Q=2.0 \times 10^{-7} C$  sono poste, come in figura, in tre dei vertici di un quadrato di lato  $0.10 m$ .



• Posto a zero il potenziale all'infinito, il valore del potenziale elettrostatico nel quarto vertice è dato da

- A  $-2.3 \times 10^4 V$
- B  $1.3 \times 10^4 V$
- C  $2.3 \times 10^4 V$
- D  $3.8 \times 10^4 V$
- E  $2.3 \times 10^5 V$

[1° livello 2018]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  C

Il potenziale di una carica puntiforme  $Q$ , in un punto a distanza  $d$  dalla sorgente, è  $Q/(4\pi\epsilon_0 d)$ .

Per il principio di sovrapposizione, il potenziale di una distribuzione di cariche è la somma algebrica dei potenziali di ciascuna sorgente.

Nella situazione considerata, detto  $\ell$  il lato del quadrato, il potenziale è quindi

$$V = V_A + V_B + V_C = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \ell} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \ell} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \ell \sqrt{2}} = 2.3 \times 10^4 V .$$



Si esegue la seguente esperienza in una regione dove la gravità può essere trascurata. Due sferette uguali, uniformemente cariche, sono in posizione fissa a una distanza di  $28.0\text{ mm}$ ; la loro massa e la loro carica valgono rispettivamente  $m=4.18\text{ kg}$  e  $q=8\mu\text{C}$ . Una terza sferetta, uguale alle precedenti, inizialmente ferma in prossimità del punto medio del segmento ai cui estremi sono le prime due, viene lasciata andare.

• Qual è la velocità di questa sferetta a grande distanza dal punto di partenza?

A 0

B  $6.28\text{ m s}^{-1}$

C  $8.87\text{ m s}^{-1}$

D  $12.6\text{ m s}^{-1}$

E  $27.8\text{ m s}^{-1}$

[1° livello 2017]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  B

Ponendo, come d'abitudine,  $V_\infty=0$ , l'energia potenziale iniziale della terza sferetta è:

$$U_i = qV_i = 2q \frac{k_{el}q}{d/2} = \frac{4k_{el}q^2}{d} \quad (d \text{ è la distanza tra le sferette fisse e } k_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} )$$

e la sua energia cinetica è zero.

A grande distanza la sua energia potenziale è  $U_f = qV_\infty = 0$  e la sua energia cinetica è

$K_f = 1/2 mv_f^2$  (dove  $v_f$  è la sua velocità finale). Per il principio di conservazione dell'energia:

$$U_i = K_f \Rightarrow \frac{4k_{el}q^2}{d} = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow v_f = 2q \sqrt{\frac{2k_{el}}{dm}} = 6.28\text{ m s}^{-1} .$$

Due gusci conduttori sferici sono concentrici e isolati. La sfera più interna ha raggio  $a_1$  e carica netta  $q_1$ ; la sfera più esterna ha raggio  $a_2$  e carica netta  $q_2$ . Si consideri un punto P posto a distanza  $a$  dal centro delle due sfere, con  $a_1 < a < a_2$ .

• Ponendo a zero il potenziale a distanza infinita dalle sfere, il potenziale nel punto P è:

A  $k \frac{q_1}{a_1} + k \frac{q_2}{a_2}$

B  $k \frac{q_1}{a_1} + k \frac{q_2}{a}$

C  $k \frac{q_1}{a}$

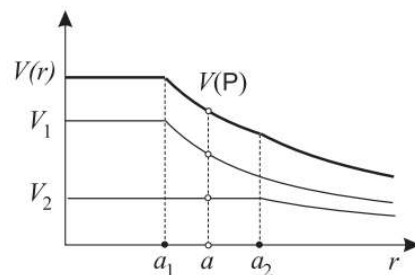
D  $k \frac{q_1}{a} + k \frac{q_2}{a_2}$

E  $k \frac{q_1}{a} + k \frac{q_2}{a}$

[1° livello 2016]

RISPOSTA ⇒ D

Il potenziale di un guscio sferico di raggio R e carica Q, ponendo uguale a zero il suo valore a distanza infinita, è uguale a  $kQ/r$  all'esterno del guscio, ed è costante e pari a  $kQ/R$  in tutti i punti interni. Nel punto P dunque il potenziale prodotto dal guscio esterno vale  $V_2 = kq_2/a_2$ , mentre quello prodotto dal guscio interno vale  $V_1 = kq_1/a$ . Per il principio di sovrapposizione, i due contributi si sommano:



$V = V_1 + V_2$ . In figura i grafici dei due potenziali separati (nel caso  $q_1 > q_2$ ) e la loro somma.

• L'unità di misura  $V m^{-1}$  equivale a:

A  $J V^{-1}$

B  $J C^{-1}$

C  $N A^{-1} m^{-1}$

D  $N m^2 C^{-2}$

E  $N C^{-1}$

[1° livello 2016]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  E

Se si ricorda che  $1 V m^{-1}$  è l'unità di misura del campo elettrico e che questo è, per definizione, una forza per unità di carica (e dunque si può misurare anche in  $N C^{-1}$ ) si trova direttamente l'alternativa corretta.

*Soluzione alternativa:* per confrontare le unità di misura è necessario ricondurle tutte a prodotti di potenze delle unità fondamentali: il metro ( $m$ ) per la lunghezza, il chilogrammo ( $kg$ ) per la massa, il secondo ( $s$ ) per il tempo e l'ampere ( $A$ ) per la corrente elettrica. Serve qui ricordare le unità di forza, di lavoro e di carica elettrica:  $N = kg m s^{-2}$ ;  $J = N m = kg m^2 s^{-2}$ ;  $C = A s$  dove per brevità si è ommesso il valore numerico 1 (per es.  $1 J = 1 N \cdot 1 m$ ). Ricordando poi che una d.d.p. rappresenta un lavoro per unità di carica elettrica si trova  $V = kg m^2 s^{-3} A^{-1}$ .

Per l'unità data nel testo e per le cinque alternative si possono quindi scrivere queste equivalenze:

$$V m^{-1} = (kg m^2 s^{-3} A^{-1}) m^{-1} = kg m s^{-3} A^{-1}$$

$$A: J V^{-1} = (kg m^2 s^{-2}) (kg m^2 s^{-3} A^{-1})^{-1} = A s$$

$$B: J C^{-1} = (kg m^2 s^{-2}) (A s)^{-1} = kg m^2 s^{-3} A^{-1}$$

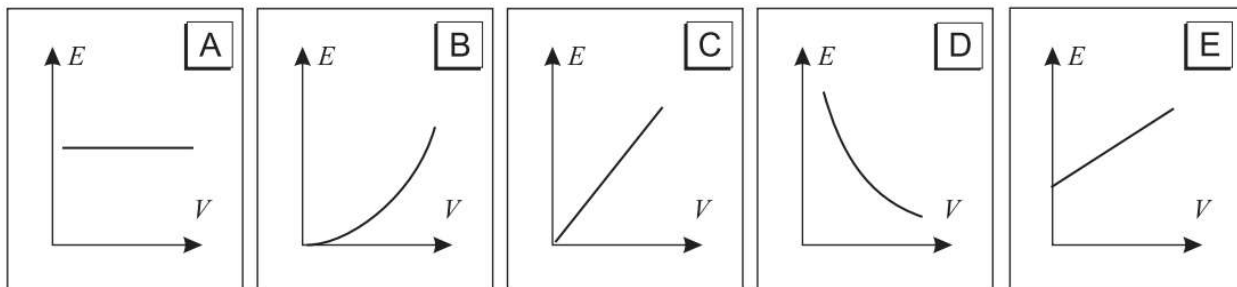
$$C: N A^{-1} m^{-1} = (kg m s^{-2}) A^{-1} m^{-1} = kg s^{-2} A^{-1}$$

$$D: N m^2 C^{-2} = (kg m s^{-2}) m^2 (A s)^{-2} = kg m^3 A^{-2} s^{-4}$$

$$E: N C^{-1} = (kg m s^{-2}) (A s)^{-1} = kg m s^{-3} A^{-1}$$

Un condensatore piano è costituito da due armature metalliche piane e parallele, tenute a una distanza fissa.

- Quale grafico rappresenta meglio la relazione tra l'intensità  $E$  del campo tra le armature e la differenza di potenziale  $V$  tra le stesse?



[1° livello 2015]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  C

Il campo tra le armature di un condensatore piano è uniforme (trascorrendo gli effetti di bordo). Per un campo uniforme, la relazione tra la differenza di potenziale e l'intensità del campo è  $E = V/d$  dove  $d$  è la distanza misurata parallelamente alle linee di campo. Di conseguenza, fissata la distanza,  $E$  e  $V$  sono direttamente proporzionali e il grafico che esprime la relazione tra di loro è una retta passante per l'origine.

Il diagramma mostra l'energia potenziale di un sistema costituito da due molecole in funzione della distanza,  $r$ , tra di esse.

• Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

1 – L'energia potenziale è nulla per  $r = r_1$  .

2 – L'energia potenziale diminuisce costantemente all'aumentare di  $r$ .

3 – La forza tra le molecole è attrattiva per  $r > r_2$  e repulsiva per  $r < r_2$  .

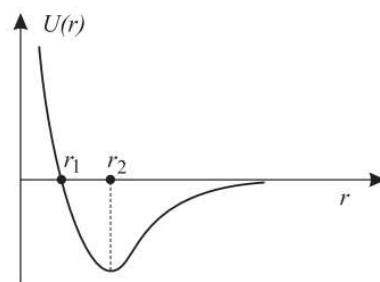
A Solo la 1.

B Solo la 3.

C La 1 e la 2.

D La 1 e la 3.

E La 2 e la 3.



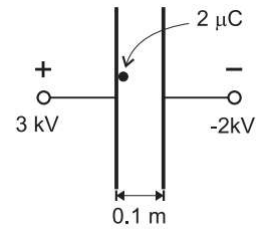
[1° livello 2015]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

Dal grafico si deduce immediatamente che la 1 è vera, mentre la 2 è falsa (  $U(r)$  cresce per  $r > r_2$  ).

Per esaminare l'affermazione 3 si può osservare che un sistema che si evolve liberamente tende sempre a stati di energia minore; di conseguenza per  $r = r_2$  (minimo di energia potenziale) si avrà uno stato di equilibrio. Per valori di  $r$  diversi, il sistema tende spontaneamente a portarsi verso  $r_2$  e quindi per  $r < r_2$  la distanza tra le molecole tende a crescere mentre per  $r > r_2$  tende a decrescere. Questo significa che nel primo caso la forza risentita dalle molecole è repulsiva mentre nel secondo caso è attrattiva. In conclusione anche l'affermazione 3 è vera.

Viene applicata una differenza di potenziale tra le piastre di un condensatore piano, distanti  $0.10\text{ m}$ ; una particella di carica  $+2.0\ \mu\text{C}$ , inizialmente ferma, viene lasciata libera di muoversi partendo dalla piastra positiva, come mostrato in figura. Si supponga non vengano esercitate altre forze sulla particella ad esclusione di quella elettrostatica.



• Quanto vale l'energia cinetica della carica immediatamente prima che urti la piastra negativa del condensatore?

- A  $4.0 \times 10^{-10}\text{ J}$
- B  $2.0 \times 10^{-7}\text{ J}$
- C  $5.0 \times 10^{-3}\text{ J}$
- D  $1.0 \times 10^{-2}\text{ J}$
- E  $5.0 \times 10^{-1}\text{ J}$

[1° livello 2014]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

Per la conservazione dell'energia del sistema,  $qV_i = qV_f + K_f$ , dove  $K$  è l'energia cinetica e si è tenuto conto del fatto che  $K_i = 0$ . Da qui:  $K_f = q(V_i - V_f) = 10\text{ mJ}$ .

Le cariche elettriche che si trovano alla base di una nuvola distano dal terreno  $1.0 \text{ km}$ . L'intensità del campo elettrico (supposto uniforme e diretto verticalmente) tra la base della nuvola e il terreno è di  $2.0 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$ .

• Qual è la differenza di potenziale tra la base della nuvola e il terreno?

A  $5.0 \times 10^{-2} \text{ V}$

B  $2.0 \times 10^1 \text{ V}$

C  $2.0 \times 10^4 \text{ V}$

D  $2.0 \times 10^7 \text{ V}$

E  $1.3 \times 10^{23} \text{ V}$

[1° livello 2013]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  D

Per un campo uniforme,  $V = Ed$ , dove  $E$  è il modulo del campo elettrico, e  $d$  è la distanza, misurata parallelamente al campo, tra i punti tra i quali sussiste la differenza di potenziale  $V$ .

Effettuando il calcolo si ha:  $V = 2.0 \times 10^7 \text{ V}$ .

Un condensatore da  $3.0 \mu F$  è collegato in serie con uno da  $6.0 \mu F$ .

• Se si applica una differenza di potenziale di  $300 V$  al blocco formato dai due condensatori, qual è l'energia totale immagazzinata?

A  $0.09 J$

B  $0.18 J$

C  $0.27 J$

D  $0.41 J$

E  $0.81 J$

[1° livello 2012]

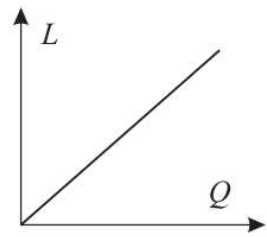
RISPOSTA  $\Rightarrow$  A

In un collegamento in serie di condensatori, il reciproco della capacità equivalente è uguale alla somma dei reciproci delle capacità dei vari condensatori collegati. Nel nostro caso la capacità equivalente risulta  $C_e = 2.0 \mu F$ . L'energia immagazzinata,  $U$ , sarà quindi:

$$U = 1/2 C_e \Delta V^2 = 0.09 J .$$



Il grafico mostra la relazione che si è trovata tra la carica di un corpo e il lavoro compiuto da una forza esterna, quando il corpo viene spostato tra due punti fissati A e B, in un campo elettrostatico (in assenza di altri tipi di interazione).



• Che cosa rappresenta la pendenza di questo grafico?

- A La potenza
- B La corrente elettrica
- C Il modulo della forza elettrica
- D L'intensità del campo elettrico
- E La differenza di potenziale

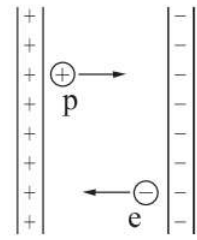
[1° livello 2011]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  E

La relazione trovata è lineare e la pendenza è quindi il rapporto costante tra il lavoro compiuto sulla carica dalla forza esterna e il valore della carica stessa. In assenza di indicazioni diverse si deve presumere che il corpo sia inizialmente fermo nel punto A e alla fine sia fermo in B, per cui non si ha variazione di energia cinetica, cosicché il lavoro totale della forze (forza esterna e forza elettrostatica) è nullo. Ne segue che il lavoro della forza e.s. è opposto a quello della forza esterna e quest'ultimo risulta uguale alla differenza di energia potenziale e.s. tra i due punti A e B. Il rapporto cercato è dunque la d.d.p. tra gli stessi punti (alternativa E).

Circa le altre alternative, la potenza è il rapporto tra il lavoro compiuto ed il tempo impiegato, la corrente elettrica è il rapporto tra la carica elettrica che attraversa una sezione di un conduttore in un certo tempo ed il tempo considerato, l'intensità del campo elettrico è data dal rapporto tra l'intensità della forza elettrica e il valore della carica su cui agisce.

Una zona di spazio vuoto è occupata dal campo elettrico generato da due piastre parallele uniformemente cariche. Un protone “p” e un elettrone “e” vengono lasciati andare nello stesso istante, in prossimità delle due piastre, come mostrato in figura. Le due particelle accelerano da parti opposte, rimanendo abbastanza lontane da non risentire l'una della presenza dell'altra. Una volta che le particelle hanno



completato il loro moto e stanno per raggiungere la piastra opposta, hanno velocità  $v_p$  e  $v_e$  ed energia cinetica  $E_p$  ed  $E_e$ .

• Quali relazioni tra le grandezze sono corrette?

	<i>Velocità</i>	<i>Energia cinetica</i>
A	$v_e < v_p$	$E_e < E_p$
B	$v_e = v_p$	$E_e > E_p$
C	$v_e > v_p$	$E_e > E_p$
D	$v_e = v_p$	$E_e = E_p$
E	$v_e > v_p$	$E_e = E_p$

[1° livello 2010]

RISPOSTA ⇒ E

Le due particelle percorrono un tratto uguale in un campo elettrico uniforme e portano ciascuna la stessa carica, in valore assoluto. Esse acquisiscono entrambe l'energia  $E = eV$ , dove  $e$  indica la carica del protone e  $V$  la differenza di potenziale attraversata. Il protone ha una massa quasi 2000 volte più grande di quella dell'elettrone, perciò alla fine del tragitto avrà una velocità inferiore a quella dell'elettrone.

Un condensatore a facce piane parallele viene caricato adoperando una batteria da 12 V. In assenza di dielettrico tra le armature, il condensatore ha una capacità di  $4.8 \text{ pF}$ . La batteria viene staccata e lo spazio tra le armature del condensatore viene riempito di vetro Pyrex avente costante dielettrica relativa 4.7.

• Di quanto varia l'energia immagazzinata nel condensatore?

A  $0 \text{ pJ}$

B  $-272 \text{ pJ}$

C  $-346 \text{ pJ}$

D  $-544 \text{ pJ}$

E  $-1280 \text{ pJ}$

[1° livello 2010]

RISPOSTA  $\Rightarrow$  B

Detta  $Q_0$  la carica presente sul condensatore che è stato caricato alla d.d.p.  $V_0$  (quindi:

$Q_0 = CV_0 = 57.6 \text{ pC}$ ), l'energia immagazzinata nel condensatore prima di inserire il dielettrico e quella dopo averlo inserito valgono rispettivamente:

$$U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \quad \text{e} \quad U = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{kC}$$

dato che la carica non cambia, mentre la capacità del condensatore aumenta di un fattore  $k$  pari alla costante dielettrica relativa. La variazione di energia è quindi:

$$\Delta U = U - U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \left( \frac{1}{k} - 1 \right) = -272 \text{ pJ} .$$