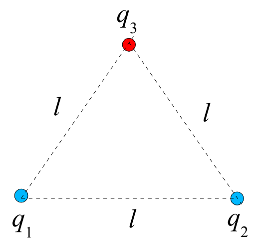
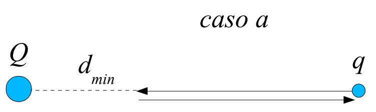
4^A - FISICA compito n°2 - 2018-19

1. Tre cariche puntiformi di intensità $q_1=+q$, $q_2=+2q$, $q_3=-4q$ sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato l. Determina:

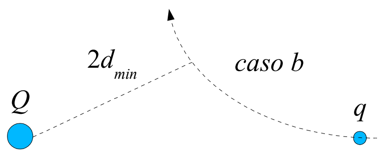


   a. l'energia potenziale U del sistema di cariche;
   b. il potenziale elettrostatico V_1 nel centro del triangolo;
   c. il potenziale elettrostatico V_2 nel punto medio del segmento che congiunge q_1 e q_2.
   d. Calcola i valori numerici delle risposte precedenti ponendo $q=1{,}50\cdot10^{-7}C$, $l=12{,}0\,cm$.
   e. Spiega se si deve compiere lavoro per "costruire" il sistema di cariche o per "disgregarlo".

2. Una particella di massa m e carica q (positiva) viene lanciata con velocità v_0 verso un nucleo di carica Q in quiete (anche dopo l'urto) che si trova a grande distanza dalla particella.



   a. Determina la distanza d_{min} di massimo avvicinamento della particella nel caso in cui la mira sia "perfetta" (ovvero l'urto sia centrale).



   b. Nel caso in cui la mira sia "imperfetta", e la particella raggiunga il massimo avvicinamento dal nucleo ad una distanza $2d_{min}$, determina la velocità v_1 della particella nel punto di massimo avvicinamento.
   c. Calcola i valori numerici delle risposte fornite nei punti precedenti nel caso in cui il nucleo sia di oro (numero atomico $Z=79$) e la particella sia un protone di velocità iniziale $v_0=3{,}00\cdot10^6\,m/s$.

3. Spiega perché la linea di campo elettrico passante per un punto P è perpendicolare alla superficie equipotenziale passante per P.

4. Un condensatore a facce piane e parallele è formato da due armature di area $A=115\,cm^2$ poste a distanza $d=1{,}24\,cm$ e collegate ai poli di una batteria che fornisce una differenza di

potenziale $V_0 = 85{,}5\,V$. La batteria viene staccata e tra le armature viene inserita una piastra di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2{,}61$.

Determina le seguenti quantità, <u>sia prima che dopo</u> l'inserimento della piastra:

a. la capacità del condensatore;

b. la quantità di carica presente su ciascuna armatura;

c. la differenza di potenziale tra le armature;

d. il campo elettrico tra le armature (ovvero all'interno della piastra);

e. l'energia immagazzinata nel condensatore.

f. Formula un'ipotesi ragionevole che spieghi "da dove viene" oppure "dove è andata a finire" la differenza tra le energie immagazzinate prima e dopo l'inserimento della piastra.

<u>4^A</u> *- Correzione compito n°2*

1.

a. L'energia potenziale del sistema è la somma delle energie potenziali delle coppie di cariche:

$$U=U_{12}+U_{23}+U_{13}=\frac{k}{l}(2q^2-8q^2-4q^2)=-10k\frac{q^2}{l} \quad .$$

b. Ricordiamo che l'altezza di un triangolo equilatero misura $h=l\sqrt{3}/2$ e che il baricentro di un triangolo divide ciascuna mediana in due parti tali che quella contenente il vertice è il doppio dell'altra, per cui la distanza del centro da ciascuna carica è $d=l\sqrt{3}/3$. Quindi:

$$V_1=\frac{k}{d}(q_1+q_2+q_3)=-\sqrt{3}k\frac{q}{l} \quad .$$

c. $$V_2=k(\frac{q_1}{d_1}+\frac{q_2}{d_2}+\frac{q_3}{q_3})=k(\frac{q}{l/2}+\frac{2q}{l/2}-\frac{4q}{l\sqrt{3}/2})=(6-\frac{8}{\sqrt{3}})k\frac{q}{l} \quad .$$

d. $$U=-10k\frac{q^2}{l}\simeq-10\cdot 9\cdot 10^9\cdot\frac{(1{,}5\cdot 10^{-7})^2}{0{,}12}\simeq-1{,}69\cdot 10^{-2}J \quad ;$$

$$V_1=-\sqrt{3}k\frac{q}{l}\simeq-\sqrt{3}\cdot 9\cdot 10^9\cdot\frac{1{,}5\cdot 10^{-7}}{0{,}12}\simeq-1{,}95\cdot 10^4 V \quad ;$$

$$V_2=(6-\frac{8}{\sqrt{3}})k\frac{q}{l}k\frac{q}{l}\simeq(6-\frac{8}{\sqrt{3}})k\frac{q}{l}\cdot 9\cdot 10^9\cdot\frac{1{,}5\cdot 10^{-7}}{0{,}12}\simeq 1{,}55\cdot 10^4 V \quad .$$

e. L'energia potenziale di un sistema può essere definita come il lavoro che un agente esterno deve compiere contro le forze elettrostatiche per "costruire" il sistema a partire da cariche infinitamente lontane le une dalle altre ed in quiete. Poiché l'energia potenziale *U* del sistema è negativa, non si deve compiere lavoro per "costruire" il sistema, ma per "disgregarlo".

2.

a. Poiché il campo elettrostatico è conservativo, l'energia cinetica iniziale della particella viene completamente convertita in energia potenziale elettrostatica del sistema:

$$K_{in}=U_{fin} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{qQ}{d_{min}} \Rightarrow d_{min}=\frac{2kqQ}{mv_0^2} \quad .$$

b. Imponiamo ancora la conservazione dell'energia del sistema e sostituiamo a d_{min} l'espressione ricavata nel punto precedente:

$$K_{in}=U_{fin}+K_{fin} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{qQ}{2d_{min}}+\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{4}mv_0^2+\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1=\frac{v_0}{\sqrt{2}} \quad .$$

c. $$d_{min}=\frac{2Zke^2}{m_p v_0^2}\simeq\frac{2\cdot 79\cdot 9\cdot 10^9\cdot(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot(3\cdot 10^6)^2}\simeq 2{,}42\cdot 10^{-12}m \quad ; \quad v_1\simeq 2{,}12\cdot 10^6\frac{m}{s} \quad .$$

3. Se spostiamo una carica *q* dal punto P ad un altro punto "molto vicino" sulla stessa superficie equipotenziale, il lavoro compiuto dal campo elettrico può essere calcolato sia come

$L = q\,\Delta V = 0$ che $L = q\,E\,\Delta s \cos\theta$, per cui: $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 90°$.

4.

a. prima: $C_0 = \epsilon_0 \dfrac{A}{d} \simeq 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot \dfrac{1{,}15\cdot 10^{-2}}{1{,}24\cdot 10^{-2}} \simeq 8{,}21\cdot 10^{-12}\,F$;

dopo: $C_1 = \epsilon_r C_0 \simeq 2{,}61\cdot 8{,}21\cdot 10^{-12}\,F \simeq 2{,}14\cdot 10^{-11}\,F$;

b. prima: $q_0 = C_0 V_0 \simeq 8{,}21\cdot 10^{-12}\,F\cdot 85{,}5\,V \simeq 7{,}02\cdot 10^{-10}\,C$;

dopo: $q_1 = q_0$; infatti, la batteria viene staccata prima dell'inserimento della piastra, per cui non ci sono scambi di cariche tra batteria e condensatore;

c. prima: $V_0 = 85{,}5\,V$ (*dato del problema*);

dopo: $V_1 = \dfrac{V_0}{\epsilon_r} \simeq \dfrac{85{,}5\,V}{2{,}61} \simeq 32{,}8\,V$;

d. prima: $E_0 = \dfrac{V_0}{d} \simeq \dfrac{85{,}5\,V}{1{,}24\cdot 10^{-2}\,m} \simeq 6{,}90\cdot 10^{3}\,\dfrac{V}{m}$;

dopo: $E_1 = \dfrac{E_0}{\epsilon_r} \simeq \dfrac{6{,}90\cdot 10^{3}\,V/m}{2{,}61} \simeq 2{,}64\cdot 10^{3}\,\dfrac{V}{m}$;

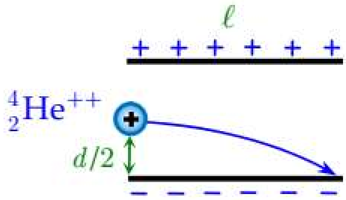
e. prima: $U_0 = \dfrac{1}{2} C_0 V_0^2 \simeq \dfrac{1}{2}\cdot 8{,}21\cdot 10^{-12}\,F\cdot (85{,}5\,V)^2 \simeq 3{,}00\cdot 10^{-8}\,J$;

dopo: $U_1 = \dfrac{U_0}{\epsilon_r} \simeq \dfrac{3{,}00\cdot 10^{-8}\,J}{2{,}61} \simeq 1{,}15\cdot 10^{-8}\,J$.

f. Poiché l'energia del condensatore diminuisce in seguito all'introduzione della piastra, il campo elettrico del condensatore attrae la piastra, compiendo su di essa un lavoro $L = U_0 - U_1 \simeq 1{,}85\cdot 10^{-8}\,J$, che dovrebbe aumentare l'energia cinetica della piastra di una quantità uguale (*rimarrebbe da verificare l'esistenza di forze dissipative all'interno della piastra*).

1. Due sferette uguali, uniformemente cariche, sono in posizione fissa a una distanza $d=2{,}00\,m$; la loro massa e la loro carica valgono rispettivamente $m=10{,}0\,g$ e $q=5{,}00\,\mu C$. Una terza sferetta, uguale alle precedenti, inizialmente ferma alla stessa distanza $d=2{,}00\,m$ dalle prime due, viene lasciata andare. Calcola la velocità di questa sferetta a grande distanza dal punto di partenza (*ricava prima la formula generale, e solo in seguito sostituisci i dati numerici*).
   Durante il suo moto, la velocità della sferetta aumenta o diminuisce? perché? l'accelerazione aumenta o diminuisce? perché? Leggendo il testo, è più probabile che le sferette siano realizzate con un materiale conduttore o isolante? Perché?
2. Una particella di carica q e massa m, inizialmente ferma, viene accelerata da una differenza di potenziale V. Una seconda particella di carica $2q$ e massa $2m$, anch'essa inizialmente ferma, viene accelerata da una d.d.p. $2V$. Calcola i rapporti tra:
   a. le energie cinetiche K_2 e K_1 delle particelle;
   b. le loro velocità v_2 e v_1;
   c. le loro quantità di moto p_2 e p_1.
3. Un condensatore di capacità $C_1=30{,}0\,\mu F$ viene collegato ad una batteria che fornisce una d.d.p. $V_1=12{,}0\,V$.
   a. La batteria viene staccata e viene inserito tra le armature un dielettrico di costante $\epsilon_r=4{,}00$. Calcola la carica su ciascuna armatura, la d.d.p. tra le armature e l'energia immagazzinata nel condensatore dopo tale operazione spiegando se e come sono cambiati rispetto alla situazione iniziale.
   b. Rispondi alle domande precedenti nel caso in cui venga inserito tra le armature lo stesso dielettrico di costante $\epsilon_r=4{,}00$ senza staccare la batteria.
4. Una particella α, ovvero un nucleo di elio (composto da due neutroni e due protoni), dotata di

una velocità $v_0 = 3{,}50 \cdot 10^4 \, m/s$, entra in direzione orizzontale all'interno di un condensatore piano, parallelamente alle armature ed ugualmente distante da ognuna esse di uno spazio $d/2 = 4{,}00 \, mm$.



La densità di carica sulle armature vale $\sigma = 90{,}0 \, nC/m^2$ e il condensatore è lungo $l = 6{,}00 \, cm$.

Calcola:

a. il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla particella;

b. la velocità finale della particella.

5. Spiega perché tutti i punti di un conduttore all'equilibrio elettrostatico si trovano allo stesso potenziale. (*Considera sia il caso in cui il punto si trova sulla superficie del conduttore che quello in cui si trova al suo interno*).

<u>4^C</u> - Correzione compito n°2

1. Inizialmente, la sferetta possiede una energia potenziale $U_{in}=q\,V_{in}=2\,k\frac{q^2}{d}$, mentre la sua energia cinetica è nulla.

   Quando si trova a grande distanza, essa possiede l'energia cinetica $K_{fin}=\frac{1}{2}mv_{fin}^2$, mentre la sua energia potenziale è nulla.

   Poiché il campo elettrostatico è conservativo, possiamo imporre che l'energia si conservi:

   $$U_{in}=K_{fin} \Rightarrow 2\,k\frac{q^2}{d}=\frac{1}{2}m\,v_{fin}^2 \Rightarrow v_{fin}=2\,q\sqrt{\frac{k}{md}}\simeq 2\cdot 5\cdot 10^{-6}\sqrt{\frac{9\cdot 10^9}{10^{-2}\cdot 2}}\simeq 6{,}71\frac{m}{s} \quad .$$

   Nel corso del moto, la velocità della sferetta aumenta, in quanto sulla sferetta agisce sempre una forza repulsiva, lungo la direzione del moto; l'accelerazione della sferetta, invece, diminuisce, in quanto la forza (e quindi l'accelerazione stessa) è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

   Poiché il testo ci informa che le sferette sono "uniformemente cariche", possiamo dedurre che esse siano composte di un materiale isolante; in caso contrario, i campi elettrici generati dalle altre sferette tenderebbero a respingere le cariche libere di muoversi sulla sferetta (fenomeno della induzione elettrostatica), rendendo la distribuzione di carica non uniforme.

2.
   a. Come nel quesito precedente, possiamo applicare la conservazione dell'energia:

   $$\frac{K_2}{K_1}=\frac{U_2}{U_1}=\frac{2\,q\cdot 2\,V}{qV}=4 \quad .$$

   b. Per il risultato precedente: $\frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2}=4 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=2\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}=\sqrt{2}$.

   c. Di conseguenza: $\frac{p_2}{p_1}=\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{v_2}{v_1}=2\sqrt{2}$.

3.
   a. Poiché il condensatore è isolato, la carica su ciascuna armatura è rimasta invariata:

   $$q_2=q_1=C_1\,V_1=3\cdot 10^{-5}\,F\cdot 12\,V\simeq 3{,}60\cdot 10^{-4}\,C \quad .$$

   Poiché il dielettrico inserito tra le armature viene polarizzato, il campo elettrico e la d.d.p. tra le armature diminuiscono di un fattore ε_r: $V_2=\frac{V_1}{\epsilon_r}=\frac{12\,V}{4}\simeq 3{,}00\,V$.

   L'energia immagazzinata nel condensatore può essere calcolata come:

$$U_2=\frac{q_2^2}{2C_2}=\frac{q_1^2}{2\epsilon_r C_1}=\frac{U_1}{\epsilon_r}\simeq\frac{(3{,}6\cdot 10^{-4}C)^2}{2\cdot 4\cdot 3\cdot 10^{-5}F}\simeq 5{,}40\cdot 10^{-4}J$$

per cui l'energia è diminuita di un fattore ε_r rispetto a quella iniziale.

b. Poiché il condensatore è collegato alla batteria, la d.d.p. resta quella iniziale:

$$V_3=V_1=12{,}0\,V \quad .$$

$$q_3=C_3V_3=\epsilon_r C_1V_1=\epsilon_r q_1\simeq 4\cdot 3\cdot 10^{-5}F\cdot 12\,V\simeq 1{,}44\cdot 10^{-3}C \quad ,$$

per cui la carica è aumentata di un fattore ε_r rispetto a quella iniziale.

$$U_3=\frac{1}{2}C_3V_3^2=\frac{1}{2}\epsilon_r C_1V_1^2=\epsilon_r U_1\simeq\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot 10^{-5}F\cdot(12\,V)^2\simeq 8{,}64\cdot 10^{-3}J \quad .$$

In questo caso, quindi, l'energia è aumentata di un fattore ε_r rispetto a quella iniziale.

4.

a. Il campo elettrico tra le armature è $E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ e la d.d.p $V=Ed=\frac{\sigma}{\epsilon_0}d$.

Il lavoro compiuto sulla particella è quindi:

$$L=q\,\Delta V=2e\cdot\frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{d}{2}\simeq\frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\cdot 9\cdot 10^{-8}\cdot 8\cdot 10^{-3}}{8{,}85\cdot 10^{-12}}\simeq 1{,}30\cdot 10^{-17}J \quad .$$

b. Tale lavoro è uguale all'aumento di energia cinetica della particella:

$$\frac{1}{2}m_\alpha v_y^2=L \;\Rightarrow\; v_y=\sqrt{\frac{2L}{4m_p}}\simeq\sqrt{\frac{1{,}3\cdot 10^{-17}J}{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}kg}}\simeq 6{,}24\cdot 10^4\frac{m}{s} \quad .$$

Poiché il testo fornisce i dati con tre cifre significative, possiamo trascurare la differenza tra le masse del protone e del neutrone.

La velocità finale della particella è quindi:

$$v_f=\sqrt{v_0^2+v_y^2}\simeq\sqrt{3{,}5^3+6{,}24^2}\cdot 10^4\frac{m}{s}\simeq 7{,}15\cdot 10^4\frac{m}{s} \quad .$$

5. Vedi soluzione del questionario svolto a dicembre.

Svolgi un solo quesito teorico a scelta tra il n°1 e il n°2.

1. Un campo vettoriale è descritto da due grandezze che si chiamano *flusso* e *circuitazione*.
   a. Definisci queste grandezze.
   b. Spiega quale valore assumono tali grandezze nel caso del campo elettrico (statico).
   c. Descrivi il significato fisico delle equazioni scritte nel punto *b*. Spiega in particolare quali informazioni sulle linee di campo sono fornite dal flusso e dalla circuitazione.
2. Un conduttore carico si trova in una condizione di equilibrio elettrostatico.
   Spiega cosa puoi affermare riguardo:
   a. direzione e modulo del campo elettrico (sia in superficie che all'interno);
   b. la densità di carica (sia in superficie che all'interno);
   c. il potenziale elettrico (sia in superficie che all'interno).
3. Disponi di due condensatori di capacità $C = 5{,}00\,\mu F$ e di un generatore che fornisce una differenza di potenziale $V = 12{,}0\,V$. I condensatori possono essere disposti in serie o in parallelo. Per ognuno dei due casi calcola:
   a. la capacità equivalente del sistema formato dai due condensatori;
   b. la carica di ciascun condensatore;
   c. la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore;
   d. l'energia accumulata nel circuito.
4. Due particelle di massa m e carica q, inizialmente molto lontane, vengono lanciate l'una verso l'altra con velocità v_0. Calcola la loro distanza di minimo avvicinamento.
5. Due particelle aventi carica q e masse m e $2m$, inizialmente ferme, vengono accelerate da una differenza di potenziale V. Calcola i rapporti tra:
   a. le energie cinetiche E_1 ed E_2 delle particelle;
   b. le loro velocità v_1 e v_2;
   c. le loro quantità di moto p_1 e p_2.

4^A - Risposte compito fisica n°2

1.
   a. Il flusso di un campo vettoriale $\vec{v}$ attraverso una superficie (aperta o chiusa) S è definito come la sommatoria dei termini $\vec{v}\cdot\Delta\vec{S}$ su tutti gli elementi che compongono la superficie. La circuitazione di un campo vettoriale $\vec{v}$ lungo una curva chiusa S è definito come la sommatoria dei termini $\vec{v}\cdot\Delta\vec{l}$ su tutti gli elementi che compongono la curva.
   b. Per il campo elettrostatico: $\Phi(\vec{E})_{S\,chiusa}=q_{\text{int}}/\epsilon_0$ (teorema di Gauss) e $C(\vec{E})=0$.
   c. L'equazione del flusso ci informa che le cariche elettriche sono le sorgenti del campo elettrico (statico), ovvero che le linee di campo "partono" dalle cariche positive e "terminano" su quelle negative. L'equazione della circuitazione ci informa che il campo elettrostatico è conservativo, ovvero che non possiede linee di campo chiuse.
2.
   a. il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo, in quanto il conduttore è in equilibrio elettrostatico; per lo stesso motivo, il campo elettrico sulla superficie del conduttore non può avere una componente parallela alla superficie, ma soltanto perpendicolare ad esso; dal teorema di Gauss segue che il campo elettrico sulla superficie del conduttore ha modulo $E=\sigma/\epsilon_0$ (teorema di Coulomb);
   b. dal teorema di Gauss segue che la densità di carica all'interno del conduttore è nulla; invece, la densità di carica sulla superficie del conduttore è maggiore nei punti in cui la curvatura della superficie è maggiore;
   c. poiché il campo elettrico sulla superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie, allora tale superficie è equipotenziale; inoltre, poiché il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo, allora l'intero conduttore in equilibrio elettrostatico si trova a potenziale costante.
3. Condensatori in serie:
   a. $C_{eq}=\frac{C^2}{2C}=\frac{C}{2}=2{,}50\,\mu F$;
   b. $q=C_{eq}V\simeq 2{,}50\cdot 10^{-6}F\cdot 12\,V=3{,}00\cdot 10^{-5}C$;
   c. $V_1=V_2=\frac{q}{C}=\frac{3\cdot 10^{-5}C}{5\cdot 10^{-6}F}=6{,}00\,V=\frac{V}{2}$;
   d. $W=\frac{1}{2}C_{eq}V^2=\frac{1}{2}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-6}F\cdot(12\,V)^2=1{,}80\cdot 10^{-4}J$.

   Condensatori in parallelo:
   a. $C_{eq}=2C=10\,\mu F$;

b. $V_1 = V_2 = V = 12{,}0\,V$;

c. $q_1 = q_2 = CV = 5\cdot 10^{-6}\,F\cdot 12\,V = 6{,}00\cdot 10^{-5}\,C$;

d. $W = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 \simeq \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10^{-6}\,F\cdot (12\,V)^2 = 7{,}20\cdot 10^{-4}\,J$.

4. Imponiamo la conservazione dell'energia meccanica, tenendo conto del fatto che quando le particelle sono molto lontane la loro energia è puramente cinetica, mentre, quando hanno raggiunto la distanza di massimo avvicinamento, sono ferme, e quindi l'energia è potenziale:

$$2\cdot\frac{1}{2} m v_0^2 = k\frac{q^2}{r_{min}} \Rightarrow r_{min} = \frac{kq^2}{m v_0^2} \quad .$$

5.

a. Poiché entrambe le particelle cedono la stessa energia potenziale $U = qV$, esse acquistano la stessa energia cinetica, quindi: $E_1 / E_2 = 1$;

b. dal punto *a* segue: $\frac{m_1}{m_2}\frac{v_1^2}{v_2^2} = 1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{2}$;

c. dal punto *b* segue: $\frac{m_1}{m_2}\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

5^C PNI – FISICA compito n°2 - 2013-2014

1. Definisci la circuitazione di un campo vettoriale.

   Cosa possiamo affermare riguardo la circuitazione del campo elettrostatico?

   Qual è il significato fisico di tale risultato?

2. Quale relazione esiste tra le linee di forza del campo elettrico e le superfici equipotenziali?

   Giustifica la tua risposta.

3. Descrivi, giustificando le risposte, il campo elettrico, il potenziale e la distribuzione di carica di un conduttore in equilibrio elettrostatico.

4. Un condensatore a facce piane e parallele è formato da due armature di area $S=280\,cm^2$ poste ad una distanza $d=0{,}550\,mm$ tra le quali viene stabilita una differenza di potenziale $V=20{,}1\,V$. Calcola il valore della carica presente su ciascuna armatura.

   Due condensatori uguali a quello dato vengono collegati in serie ad un generatore che fornisce la stessa differenza di potenziale precedente. Calcola:

   - la capacità equivalente dei due condensatori;
   - la carica di ciascun condensatore;
   - la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore;
   - l'energia accumulata nel circuito.

   (*Utilizza il valore* $\epsilon_0 \simeq 8{,}86\cdot 10^{-12}\,F/m$).

<u>5^C</u> - *Correzione compito fisica n°2*

1. Una risposta corretta e completa deve contenere i seguenti elementi:
   - La circuitazione di un campo vettoriale $\vec{v}$ lungo una curva chiusa è la quantità $\sum \vec{v} \cdot \Delta \vec{s}$, dove $\Delta \vec{s}$ è lo spostamento lungo la curva (in realtà, la circuitazione è il limite di tale sommatoria quando la lunghezza degli spostamenti tende a zero, ovvero un integrale).
   - La circuitazione del campo elettrostatico lungo qualunque curva chiusa è zero:

     $\sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = 0$.
   - Il risultato esprime il fatto che il campo elettrostatico è conservativo.
2. La linea di forza del campo elettrico passante per un punto dello spazio è perpendicolare alla superficie equipotenziale passante per quel punto.

   Infatti, se A e B sono due punti "molto vicini" sulla stessa superficie equipotenziale, avremo:

   $V_A = V_B \Rightarrow L_{A \to B} = -q \Delta V = 0$.

   D'altra parte: $L_{A \to B} = q \vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = q E \Delta s \cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \pi / 2$ c.v.d.
3. Una risposta corretta e completa deve contenere i seguenti elementi:
   - il campo elettrico $\vec{E}$ all'interno del conduttore deve essere nullo, per il fatto che il conduttore è in equilibrio elettrostatico;
   - per lo stesso fatto, il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore non può avere una componente parallela alla superficie, ma soltanto perpendicolare ad esso;
   - applicando il teorema di Gauss, ricaviamo che il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore ha modulo $E = \sigma / \epsilon_0$ (teorema di Coulomb);
   - sempre applicando il teorema di Gauss, ricaviamo che la densità di carica all'interno del conduttore è nulla;
   - invece, la densità di carica sulla superficie del conduttore è maggiore nei punti in cui la curvatura della superficie è maggiore;
   - poiché il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie, allora tale superficie è equipotenziale;
   - poiché il campo elettrico $\vec{E}$ all'interno del conduttore è nullo, l'intero conduttore in equilibrio elettrostatico si trova a potenziale costante.
4. Per il singolo condensatore: $C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \simeq \frac{8{,}86 \cdot 10^{-12} F/m \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-2} m^2}{5{,}5 \cdot 10^{-4} m} \simeq 4{,}51 \cdot 10^{-10} F$.

Quindi: $q = CV \simeq 4{,}51 \cdot 10^{-10}\,F \cdot 20{,}1\,V \simeq 9{,}07 \cdot 10^{-9}\,C$.

Per due condensatori in serie:

- $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C} + \dfrac{1}{C} \;\Rightarrow\; C_{eq} = \dfrac{C}{2} \simeq 2{,}26 \cdot 10^{-10}\,F$;
- $q = C_{eq} V \simeq 2{,}26 \cdot 10^{-10}\,F \cdot 20{,}1\,V \simeq 4{,}54 \cdot 10^{-9}\,C$;
- $V_1 = V_2 = \dfrac{q}{C} \simeq \dfrac{4{,}54 \cdot 10^{-9}\,C}{4{,}51 \cdot 10^{-10}\,F} \simeq 10{,}1 = \dfrac{V}{2}$ (come era evidente);
- $W = \dfrac{1}{2} C_{eq} V^2 \simeq 2{,}26 \cdot 10^{-10}\,F \cdot (20{,}1\,V)^2 \simeq 4{,}57 \cdot 10^{-8}\,J$.

1. “Il campo elettrostatico generato da una generica distribuzione di carica è conservativo”.

   Spiega il significato di questa affermazione e giustificala nei casi più semplici.

2. Due protoni vengono lanciati l'uno verso l'altro da una distanza molto grande, e ciascuno di essi possiede una velocità $v_0 = 1{,}00 \cdot 10^8\, m/s$.

   Determina la distanza di massimo avvicinamento giustificando il ragionamento svolto.

3. Descrivi, giustificando le risposte, il campo elettrico, il potenziale e la distribuzione di carica di un conduttore in equilibrio elettrostatico.

4. Un condensatore a facce piane e parallele è formato da due armature di area $S = 190\, cm^2$ poste ad una distanza $d = 0{,}450\, mm$ tra le quali viene stabilita una differenza di potenziale $V = 12{,}0\, V$. Calcola il valore della carica presente su ciascuna armatura.

   Due condensatori uguali a quello dato vengono collegati in parallelo ad un generatore che fornisce la stessa differenza di potenziale precedente. Calcola:

   - la capacità equivalente dei due condensatori;
   - la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore;
   - la carica di ciascun condensatore;
   - l'energia accumulata nel circuito.

   (*Utilizza il valore* $\epsilon_0 \simeq 8{,}86 \cdot 10^{-12}\, F/m$).

<u>*4^A*</u> *- Correzione compito fisica n°2*

1. Una risposta corretta e completa deve contenere i seguenti elementi:
   - Un campo vettoriale si dice conservativo quando il lavoro compiuto dalle forze del campo per effettuare uno spostamento non dipende dal particolare cammino percorso, ma solo dalle posizioni iniziale e finale.
   - Per un campo conservativo è possibile definire un'energia potenziale tale che $L_{A\to B}=-\Delta U$ e che la somma tra energia cinetica e potenziale (energia meccanica) sia costante.
   - Un campo vettoriale è conservativo se e soltanto se la sua circuitazione lungo ogni linea chiusa è nulla.
2. Imponiamo la conservazione dell'energia meccanica:
   $$2\cdot\frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{e^2}{r} \;\Rightarrow\; r_{min}=\frac{ke^2}{mv_0^2}\simeq\frac{8{,}99\cdot 10^9\cdot(1{,}60\cdot 10^{-19})^2}{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 10^{16}}\simeq 1{,}38\cdot 10^{-17}\,m \quad .$$
3. Una risposta corretta e completa deve contenere i seguenti elementi:
   - il campo elettrico $\vec{E}$ all'interno del conduttore deve essere nullo, per il fatto che il conduttore è in equilibrio elettrostatico;
   - per lo stesso fatto, il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore non può avere una componente parallela alla superficie, ma soltanto perpendicolare ad esso;
   - applicando il teorema di Gauss, ricaviamo che il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore ha modulo $E=\sigma/\epsilon_0$ (teorema di Coulomb);
   - sempre applicando il teorema di Gauss, ricaviamo che la densità di carica all'interno del conduttore è nulla;
   - invece, la densità di carica sulla superficie del conduttore è maggiore nei punti in cui la curvatura della superficie è maggiore;
   - poiché il campo elettrico $\vec{E}$ sulla superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie, allora tale superficie è equipotenziale;
   - poiché il campo elettrico $\vec{E}$ all'interno del conduttore è nullo, l'intero conduttore in equilibrio elettrostatico si trova a potenziale costante.
4. Per il singolo condensatore: $C=\frac{\epsilon_0 S}{d}\simeq\frac{8{,}86\cdot 10^{-12}\,F/m\cdot 1{,}9\cdot 10^{-2}\,m^2}{4{,}5\cdot 10^{-4}\,m}\simeq 3{,}74\cdot 10^{-10}\,F$.

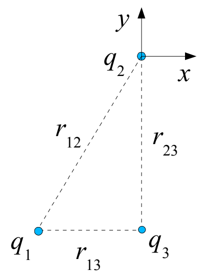
   Quindi: $q=CV\simeq 3{,}74\cdot 10^{-10}\,F\cdot 12\,V\simeq 4{,}49\cdot 10^{-9}\,C$.

   Per due condensatori in parallelo:
   - $C_{eq}=C+C=2C\simeq 7{,}48\cdot 10^{-10}\,F$;
   - $V_1=V_2=V=12{,}0\,V$;

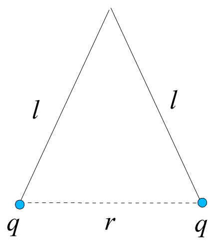
- $q_1 = q_2 = CV \simeq 3{,}74 \cdot 10^{-10}\, F \cdot 12\, V \simeq 4{,}49 \cdot 10^{-9}\, V$;
- $W = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 \simeq \frac{1}{2} \cdot 7{,}48 \cdot 10^{-10}\, F \cdot (12\, V)^2 \simeq 5{,}39 \cdot 10^{-8}\, J$.

5^C PNI – FISICA compito n°1 - 2011-2012

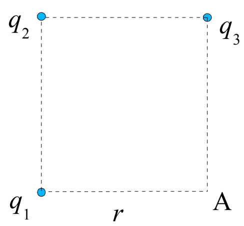
1. Determina, applicando il teorema di Gauss, modulo, direzione e verso del campo elettrico di una distribuzione di cariche piana ed infinita e, spiegando quali approssimazioni vengono introdotte, il campo elettrico di un condensatore piano.
2. Descrivi, giustificando le risposte, il campo elettrico, il potenziale e la distribuzione di carica di un conduttore in equilibrio elettrostatico.
3. Scrivi e dimostra le formule che forniscono la capacità equivalente di due condensatori collegati in parallelo e di due condensatori collegati in serie.
4. Tre cariche sono disposte ai vertici di un triangolo rettangolo.

   Sapendo che $q_1=13{,}0\,\mu C$, $q_2=4{,}00\,\mu C$, $q_3=5{,}00\,\mu C$, $r_{13}=0{,}500\,m$, $r_{23}=0{,}800\,m$, determina il modulo della forza risultante $\mathbf{F}_2$ agente sulla carica q_2 e l'angolo che $\mathbf{F}_2$ forma con l'asse *x*.
5. Due sferette, che portano cariche uguali e sono sospese a due fili appesi allo stesso vincolo, si trovano alla distanza $r=0{,}100\,m$. Sapendo che la massa di ciascuna sferetta è $m=5{,}00\cdot10^{-3}\,kg$ e che la lunghezza del filo è $l=0{,}250\,m$, determina la carica di ciascuna pallina e la tensione del filo.

6. Tre cariche sono disposte in tre dei vertici di un quadrato di lato $r=1\,m$.

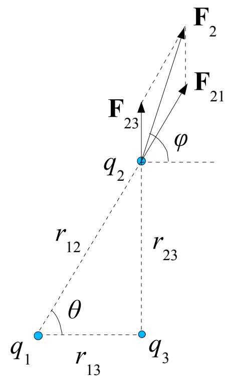
   Sapendo che $q_1=2{,}00\,\mu C$, $q_2=-6{,}00\,\mu C$, $q_3=8{,}00\,\mu C$, calcola il potenziale elettrostatico nel vertice A.
7. Tre condensatori di capacità $C_1=3{,}00\,\mu F$, $C_2=6{,}00\,\mu F$, $C_3=9{,}00\,\mu F$ sono collegati in serie ad un generatore che fornisce una differenza di potenziale $V=50{,}0\,V$. Calcola: la capacità equivalente dei tre condensatori, la carica di ciascun condensatore, la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore, l'energia accumulata nel circuito.

   Rispondi alle stesse domande nel caso in cui i tre condensatori siano collegati in parallelo al generatore.

<u>5^C</u> *– Correzione compito fisica n°1*

1. Vedi libro di testo pagg. 49-51.
2. Vedi libro di testo pagg. 46-47, 67, 70-71.
3. Vedi libro di testo pagg. 80-81.
4. Calcolo $r_{12}=\sqrt{r_{13}^3+r_{23}^2}\simeq 0{,}943\,m$.

   I moduli delle forze che le cariche q_1 e q_3 esercitano su q_2 sono rispettivamente:



   $$F_{21}=k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\simeq\frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6}\cdot 13\cdot 10^{-6}}{0{,}943^2}\simeq 0{,}526\,N \quad \text{e}$$

   $$F_{23}=k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}\simeq\frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 10^{-6}}{0{,}8^2}\simeq 0{,}281\,N \quad .$$

   L'angolo θ che la forza $\mathbf{F}_{21}$ forma con il semiasse positivo delle x è dato da:

   $\theta=arc\,tg\frac{r_{23}}{r_{13}}=arg\,tg\frac{0{,}5\,m}{0{,}8\,m}\simeq 58{,}0\,°$. Di conseguenza, le componenti cartesiane di $\mathbf{F}_{21}$ sono:

   $(F_{21})_x=F_{21}\cos\theta\simeq 0{,}526\cdot\cos 58\,°\simeq 0{,}279\,N$ e $(F_{21})_y=F_{21}\,sen\,\theta\simeq 0{,}526\cdot sen\,58\,°\simeq 0{,}446\,N$.

   Poiché il vettore $\mathbf{F}_{23}$ ha solo componente lungo y, le componenti della risultante $\mathbf{F}_2$ sono:

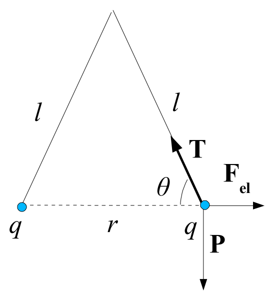
   $(F_2)_x=(F_{21})_x\simeq 0{,}279\,N$ e $(F_2)_y=(F_{21})_y+(F_{23})_y\simeq 0{,}281+0{,}446\simeq 0{,}727\,N$.

   Quindi $\mathbf{F}_2$ ha modulo: $F_2=\sqrt{F_{2x}^2+F_{2y}^2}\simeq\sqrt{0{,}279^2+0{,}727^2}\simeq 0{,}779\,N$ e forma con il semiasse

   positivo delle x un angolo: $\phi=arc\,tg\frac{F_{2y}}{F_{2x}}\simeq arc\,tg\frac{0{,}727}{0{,}279}\simeq 69{,}0\,°$.

5. L'angolo θ tra il filo e l'orizzontale misura:

   $$\theta=arc\cos\frac{r/2}{l}=arc\cos\frac{5}{25}\simeq 78{,}5\,° \quad .$$



   Le forze agenti su ciascuna sferetta sono il peso **P**, la forza elettrostatica repulsiva $\mathbf{F}_{el}$ e la tensione del filo **T**. Impongo le condizioni di equilibrio

   nelle direzioni x ed y: $\begin{cases} F_{el}=T\cos\theta \\ P=T\,sen\,\theta \end{cases}$, da cui ricavo:

   $$F_{el}=\frac{P}{tg\,\theta} \;\Rightarrow\; k\frac{q^2}{r^2}=\frac{mg}{tg\,\theta} \;\Rightarrow\; q=\sqrt{\frac{r^2 mg}{k\,tg\,\theta}}\simeq\sqrt{\frac{0{,}1^2\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{9\cdot 10^9\cdot tg\,78{,}5\,°}}\simeq 1{,}05\cdot 10^{-7}\,C \quad .$$

   Tensione del filo: $T=\frac{mg}{sen\,\theta}\simeq\frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{sen\,78{,}5\,°}\simeq 5{,}00\cdot 10^{-2}\,N$.

6. $V_A=V_1+V_2+V_3=k\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}\right)\simeq 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-6}}{1}-\frac{6\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}}+\frac{8\cdot 10^{-6}}{1}\right)\simeq 5{,}18\cdot 10^4\,V$.

7. Consideriamo il collegamento in serie. Capacità equivalente:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{3\cdot10^{-6}}+\frac{1}{6\cdot10^{-6}}+\frac{1}{9\cdot10^{-6}}\simeq6{,}11\cdot10^{-5}\,F^{-1}\ \Rightarrow\ C\simeq1{,}64\,\mu F\quad.$$

Nel collegamento in serie, ogni condensatore ha la stessa carica, data da:

$$q=CV\simeq1{,}64\cdot10^{-6}\cdot50\simeq8{,}20\cdot10^{-5}\,C\quad.$$

Le d.d.p. ai capi dei condensatori sono:

$$V_1=\frac{q}{C_1}\simeq\frac{8{,}18\cdot10^{-5}}{3\cdot10^{-6}}\simeq27{,}3\,V\quad;\quad V_2=\frac{q}{C_2}\simeq\frac{8{,}18\cdot10^{-5}}{6\cdot10^{-6}}\simeq13{,}7\,V\quad,\quad V_3=\frac{q}{C_3}\simeq\frac{8{,}18\cdot10^{-5}}{9\cdot10^{-6}}\simeq9{,}11\,V\quad.$$

Notiamo che $V_1+V_2+V_3\simeq50\,V$, che è la tensione applicata.

Energia accumulata nel circuito: $W=\frac{1}{2}CV^2\simeq\frac{1}{2}\cdot1{,}64\cdot10^{-6}\cdot50^2\simeq2{,}05\cdot10^{-3}\,J$

(che coincide con la somma delle energie accumulate nei tre condensatori).

Consideriamo il collegamento in parallelo.

Capacità equivalente: $C=C_1+C_2+C_3=18\,\mu F$.

Nel collegamento in parallelo, ai capi di ciascun condensatore si ha la stessa d.d.p, ovvero:

$$V_1=V_2=V_3=V=50\,V\quad.$$

Le cariche sui condensatori sono:

$$q_1=C_1V\simeq3\cdot10^{-6}\cdot50\simeq1{,}50\cdot10^{-4}\,C\quad;\quad q_2=C_2V\simeq6\cdot10^{-6}\cdot50\simeq3{,}00\cdot10^{-4}\,C\quad,$$

$$q_3=C_3V\simeq9\cdot10^{-6}\cdot50\simeq4{,}50\cdot10^{-4}\,C\quad.$$

Energia accumulata nel circuito:

$$W=\frac{1}{2}CV^2\simeq\frac{1}{2}\cdot18\cdot10^{-6}\cdot50^2\simeq22{,}5\cdot10^{-3}\,J$$

(che coincide con la somma delle energie accumulate nei tre condensatori).

Due particelle aventi cariche $q_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} C$ e $q_2 = 2{,}1 \cdot 10^{-6} C$ sono poste nel vuoto ad una distanza $d = 2{,}5\,m$. Calcola (*quesiti 1-6*):

1. la forza elettrica che agisce sulla particella di carica q_1;
2. il campo elettrico generato dalla carica q_1 nella posizione della carica q_2;
3. l'energia elettrostatica del sistema formato dalle due cariche;
4. il potenziale elettrico nel punto medio del segmento che congiunge le due cariche;
5. di quale fattore cambia (*specificando se aumenta o diminuisce*) la forza di interazione se le due cariche raddoppiano e la distanza dimezza.
6. Spiega come e perché cambia la forza di interazione se le due cariche vengono immerse in un materiale isolante (dielettrico).
7. Enuncia il teorema di Gauss.
8. Calcola il valore della carica (puntiforme) che produce in un punto che dista $d = 5{,}0\,cm$ da essa un potenziale $V = 5{,}0\,V$.
9. Due particelle identiche di carica q e massa m che inizialmente si trovano a distanza infinita si muovono l'una verso l'altra con velocità v_0. Calcola la loro distanza di massimo avvicinamento.
10. Definisci l'elettronvolt ed esprimilo in unità del SI.
11. Due sfere conduttrici identiche ed isolate, aventi rispettivamente cariche q e $2q$, si respingono con una forza F. Le sfere vengono messe a contatto e successivamente riportate alla distanza iniziale. In questa situazione, si respingono con una forza F_1 . Calcola il rapporto F_1/F .
12. Due corpi puntiformi carichi positivamente ed inizialmente fermi vengono lasciati liberi di muoversi. Come variano nel tempo le velocità e le accelerazioni dei due corpi?

    (*specificare solo se aumentano, diminuiscono o rimangono costanti, e perché*).

<u>4^F</u> *- Correzione compito n°2a*

1. $F=k\frac{q_1 q_2}{d^2}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\cdot\frac{5{,}3\cdot 10^{-6}\cdot 2{,}1\cdot 10^{-6}}{2{,}5^2}\simeq 1{,}6\cdot 10^{-2}N$.

2. $E=k\frac{q_1}{d^2}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\frac{5{,}3\cdot 10^{-6}}{2{,}5^2}\simeq 7{,}6\cdot 10^3\frac{N}{C}$.

3. $U=k\frac{q_1 q_2}{d}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\frac{5{,}3\cdot 10^{-6}\cdot 2{,}1\cdot 10^{-6}}{2{,}5}\simeq 4{,}0\cdot 10^{-2}J$.

4. $V=k(\frac{q_1}{d/2}+\frac{q_2}{d/2})=k\frac{2(q_1+q_2)}{d}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\cdot\frac{2\cdot 7{,}4\cdot 10^{-6}}{2{,}5}\simeq 5{,}3\cdot 10^4 V$.

5. $F'=k\frac{2q_1\cdot 2q_2}{(d/2)^2}=16F \Rightarrow \frac{F'}{F}=16$. La forza aumenta di un fattore 16.

6. $F''=F/\epsilon_r$, ovvero la forza diminuisce di un fattore ϵ_r (costante dielettrica relativa del mezzo in cui le cariche sono state immerse), in quanto il dielettrico subisce una polarizzazione, e quindi le cariche vengono parzialmente schermate.

7. Il flusso del campo elettrostatico attraverso una generica superficie chiusa è direttamente proporzionale alla carica netta interna alla superficie: $\Phi(\vec{E})_{sup.chiusa}=\sum q_{int}/\epsilon_0$.

8. $V=k\frac{q}{d} \Rightarrow q=\frac{dV}{k}\simeq\frac{5\cdot 10^{-2}\cdot 5}{9{,}0\cdot 10^9}\simeq 2{,}8\cdot 10^{-11}C$.

9. Poiché la forza elettrostatica è conservativa, possiamo imporre la conservazione dell'energia:

   $E_{in}=E_{fin} \Rightarrow 2\cdot\frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{q^2}{d_{min}} \Rightarrow d_{min}=\frac{kq^2}{mv_0^2}$.

10. E' la variazione di energia di un elettrone che supera una d.d.p. di $1V$.

    $\Delta U=q\Delta V \Rightarrow 1\,eV\simeq 1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 1\,V\simeq 1{,}6\cdot 10^{-19}J$.

11. Quando vengono messe a contatto, ciascuna delle due sfere assume una carica $3/2q$.

    Quindi: $\frac{F_1}{F}=\frac{(3/2q)^2}{2q^2}=\frac{9}{8}$.

12. Nel corso del moto, la velocità dei corpi aumenta, in quanto su di essi agisce sempre una forza repulsiva lungo la direzione del moto; la loro accelerazione, invece, diminuisce, in quanto essa (come la forza) è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Due particelle aventi cariche $q_1 = 3{,}5 \cdot 10^{-6} C$ e $q_2 = 1{,}4 \cdot 10^{-6} C$ sono poste nel vuoto ad una distanza $d = 5{,}2\, m$. Calcola (*quesiti 1-6*):

1. la forza elettrica che agisce sulla particella di carica q_1;
2. il campo elettrico generato dalla carica q_1 nella posizione della carica q_2;
3. l'energia elettrostatica del sistema formato dalle due cariche;
4. il potenziale elettrico nel punto medio del segmento che congiunge le due cariche;
5. di quale fattore cambia (*specificando se aumenta o diminuisce*) la forza di interazione se le due cariche raddoppiano e la distanza dimezza.
6. Spiega come e perché cambia la forza di interazione se le due cariche vengono immerse in un materiale isolante (dielettrico).
7. Descrivi (*anche con un grafico*) l'andamento del campo elettrico generato da una distribuzione superficiale sferica omogenea di carica (*ad esempio, un conduttore sferico carico*).
8. Calcola a quale distanza da una carica (puntiforme) $q = 7{,}4 \cdot 10^{-6} C$ il potenziale da essa generato è $V = 5{,}0\, V$.
9. Due particelle identiche di carica *q* e massa *m* che inizialmente sono in quiete a distanza *d* vengono lasciate libere di muoversi Calcola la loro velocità quando si trovano a distanza infinita.
10. Definisci la differenza di potenziale elettrico tra due punti A e B (*senza utilizzare il concetto di energia potenziale, oppure definendo prima quest'ultimo*).
11. Due sfere conduttrici identiche ed isolate, aventi rispettivamente cariche *q* e *q*/2, si respingono con una forza *F*. Le sfere vengono messe a contatto e successivamente riportate alla distanza iniziale. In questa situazione, si respingono con una forza F_1. Calcola il rapporto F_1 / F.
12. Spiega perché, in generale, la traiettoria di una particella carica, lasciata libera in una zona di spazio in cui è presente un campo elettrico, non coincide con una linea di campo.

<u>4^F</u> - Correzione compito n°2b

1. $F=k\frac{q_1 q_2}{d^2}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\cdot\frac{3{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}4\cdot 10^{-6}}{5{,}2^2}\simeq 1{,}6\cdot 10^{-3}\,N$.

2. $E=k\frac{q_1}{d^2}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\frac{3{,}5\cdot 10^{-6}}{5{,}2^2}\simeq 1{,}2\cdot 10^3\frac{N}{C}$.

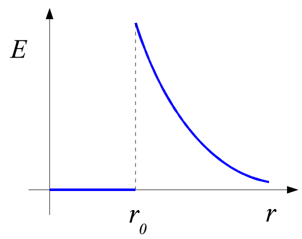
3. $U=k\frac{q_1 q_2}{d}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\frac{3{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}4\cdot 10^{-6}}{5{,}2}\simeq 8{,}5\cdot 10^{-3}\,J$.

4. $V=k(\frac{q_1}{d/2}+\frac{q_2}{d/2})=k\frac{2(q_1+q_2)}{d}\simeq 9{,}0\cdot 10^9\cdot\frac{2\cdot 4{,}9\cdot 10^{-6}}{5{,}2}\simeq 1{,}7\cdot 10^4\,V$.

5. $F'=k\frac{2q_1\cdot 2q_2}{(d/2)^2}=16F \Rightarrow \frac{F'}{F}=16$. La forza aumenta di un fattore 16.

6. $F''=F/\epsilon_r$, ovvero la forza diminuisce di un fattore ϵ_r (costante dielettrica relativa del mezzo in cui le cariche sono state immerse), in quanto il dielettrico subisce una polarizzazione, e quindi le cariche vengono parzialmente schermate.

7. Dal teorema di Gauss segue che il campo all'esterno della sfera è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal centro (come se la carica fosse posta nel centro della sfera), mentre il campo all'interno della sfera è nullo.



8. $V=k\frac{q}{d} \Rightarrow d=\frac{kq}{V}\simeq\frac{9{,}0\cdot 10^9\cdot 7{,}4\cdot 10^{-6}}{5}\simeq 1{,}3\cdot 10^4\,m$.

9. Poiché la forza elettrostatica è conservativa, possiamo imporre la conservazione dell'energia:

   $E_{in}=E_{fin} \Rightarrow k\frac{q^2}{d}=2\cdot\frac{1}{2}mv_\infty^2 \Rightarrow v_\infty=q\sqrt{\frac{k}{md}}$.

10. E' il rapporto tra il lavoro L che dobbiamo compiere contro la forza elettrostatica per portare una carica q da A a B (in maniera "infinitamente lenta") e la carica stessa: $\Delta V=L_{A\to B}/q$.

11. Quando vengono messe a contatto, ciascuna delle due sfere assume una carica $3/4\,q$.

    Quindi: $\frac{F_1}{F}=\frac{(3/4\,q)^2}{q^2/2}=\frac{9}{8}$.

12. La linea di campo fornisce la direzione della forza, e quindi dell'accelerazione subita dalla carica, mentre la retta tangente alla traiettoria ha la direzione della velocità istantanea, che in genere non coincide con quella dell'accelerazione.

    Ad esempio, un elettrone che attraversa un condensatore carico si uove lungo una parabola, mentre le linee di campo sono rette parallele.

Hai a disposizione un condensatore di capacità $C_0 = 6{,}50\,\mu F$, una batteria che fornisce una diffeenza di potenziale $V_0 = 24{,}0\,V$ ed una piastra isolante che riempie perfettamente lo spazio tra le armature ed ha costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2{,}50$.

Con questi elementi puoi realizzare le seguenti configurazioni:

1. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, senza inserire la piastra isolante tra le armature;
2. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, poi stacchi la batteria, e quindi inserisci la piastra isolante tra le armature;
3. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, quindi inserisci la piastra isolante tra le armature senza staccare la batteria.

Determina (*non necessariamente in questo ordine*) le seguenti quantità per ognuna delle tre configurazioni:

a. la capacità del condensatore;
b. la quantità di carica presente su ciascuna armatura;
c. la differenza di potenziale tra le armature;
d. l'energia immagazzinata nel condensatore.

<u>4^F</u> - Correzione compito n°3a

Ricordiamo che:

- nella configurazione 1 vale la relazione "base" $Q_0 = C_0 V_0$;
- inserendo la piastra isolante la capacità aumenta di un fattore ϵ_r ;
- se stacchiamo la batteria (conf. 2), il condensatore è isolato, per cui conserva la sua carica;
- se lasciamo il condensatore collegato alla batteria (conf. 3), la d.d.p. resta costante.

Ricaviamo quindi:

a. $C_1 = C_0 = 6{,}50\,\mu F$;

$C_2 = C_3 = \epsilon_r C_0 = 2{,}50 \cdot 6{,}50\,\mu F \simeq 16{,}3\,\mu F \simeq 1{,}63 \cdot 10^{-5} F$.

b. $Q_1 = Q_2 = C_0 V_0 = 6{,}50\,\mu F \cdot 24{,}0\,V \simeq 1{,}56 \cdot 10^{-4} C$;

$Q_3 = C_3 V_3 = \epsilon_r Q_1 \simeq 2{,}50 \cdot 1{,}56 \cdot 10^{-4} C \simeq 3{,}90 \cdot 10^{-4} C$.

c. $V_1 = V_3 = V_0 = 24{,}0\,V$;

$$V_2 = \frac{V_0}{\epsilon_r} = \frac{24{,}0\,V}{2{,}50} \simeq 9{,}60\,V \quad .$$

d. $U_1 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 6{,}50\,\mu F \cdot (24{,}0\,V)^2 \simeq 1{,}87 \cdot 10^{-3} J$;

$$U_2 = \frac{Q_2^2}{2 C_2} = \frac{U_1}{\epsilon_r} \simeq \frac{1{,}87 \cdot 10^{-3} J}{2{,}50} \simeq 7{,}49 \cdot 10^{-4} J \quad ;$$

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \epsilon_r U_1 \simeq 2{,}50 \cdot 1{,}87 \cdot 10^{-3} J \simeq 4{,}68 \cdot 10^{-3} J \quad .$$

Hai a disposizione un condensatore di capacità $C_0=5{,}60\,\mu F$, una batteria che fornisce una diffeenza di potenziale $V_0=42{,}0\,V$ ed una piastra isolante che riempie perfettamente lo spazio tra le armature ed ha costante dielettrica relativa $\epsilon_r=1{,}80$.

Con questi elementi puoi realizzare le seguenti configurazioni:

1. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, senza inserire la piastra isolante tra le armature;
2. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, poi <u>stacchi la batteria</u>, e quindi inserisci la piastra isolante tra le armature;
3. colleghi le armature del condensatore ai poli della batteria, quindi inserisci la piastra isolante tra le armature <u>senza staccare la batteria</u>.

Determina (*non necessariamente in questo ordine*) le seguenti quantità per ognuna delle tre configurazioni:

a. la capacità del condensatore;

b. la quantità di carica presente su ciascuna armatura;

c. la differenza di potenziale tra le armature;

d. l'energia immagazzinata nel condensatore.

<u>4^F</u> *- Correzione compito n°3b*

Ricordiamo che:

- nella configurazione 1 vale la relazione "base" $Q_0 = C_0 V_0$;
- inserendo la piastra isolante la capacità aumenta di un fattore ϵ_r ;
- se stacchiamo la batteria (conf. 2), il condensatore è isolato, per cui conserva la sua carica;
- se lasciamo il condensatore collegato alla batteria (conf. 3), la d.d.p. resta costante.

Ricaviamo quindi:

a. $C_1 = C_0 = 5{,}60\,\mu F$;

$C_2 = C_3 = \epsilon_r C_0 = 1{,}80 \cdot 5{,}60\,\mu F \simeq 10{,}1\,\mu F \simeq 1{,}01 \cdot 10^{-5} F$.

b. $Q_1 = Q_2 = C_0 V_0 = 5{,}60\,\mu F \cdot 42{,}0\,V \simeq 2{,}35 \cdot 10^{-4} C$;

$Q_3 = C_3 V_3 = \epsilon_r Q_1 \simeq 1{,}80 \cdot 2{,}35 \cdot 10^{-4} C \simeq 4{,}23 \cdot 10^{-4} C$.

c. $V_1 = V_3 = V_0 = 42{,}0\,V$;

$$V_2 = \frac{V_0}{\epsilon_r} = \frac{42{,}0\,V}{1{,}80} \simeq 23{,}3\,V \quad .$$

d. $$U_1 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}60\,\mu F \cdot (42{,}0\,V)^2 \simeq 4{,}94 \cdot 10^{-3} J \quad ;$$

$$U_2 = \frac{Q_2^2}{2 C_2} = \frac{U_1}{\epsilon_r} \simeq \frac{4{,}94 \cdot 10^{-3} J}{1{,}80} \simeq 2{,}74 \cdot 10^{-3} J \quad ;$$

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \epsilon_r U_1 \simeq 1{,}80 \cdot 4{,}94 \cdot 10^{-3} J \simeq 8.89 \cdot 10^{-3} J \quad .$$