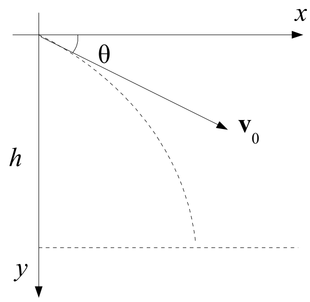
Es. n. 94 pag. 243

Un Canadair sorvola un bosco in fiamme e, in fase di discesa con velocità di modulo 100 *m/s* diretta a 30° rispetto all'orizzontale, lascia cadere una massa d'acqua, che arriva a terra dopo 8,00 *s*.

- A quale altezza da terra vola il Canadair quando rilascia l'acqua?
- Qual è la distanza orizzontale percorsa dalla massa d'acqua?
- Quanto vale il modulo della velocità con cui l'acqua arriva al suolo, se si trascura la resistenza dell'aria? [714 *m*; 693 *m*; 155 *m/s*]

Soluzione



Supponiamo, in maniera piuttosto inverosimile, che il moto della massa d'acqua possa essere assimilato a quello di un punto materiale, e scegliamo il sistema di riferimento cartesiano come in figura (con l'origine nel punto in cui viene lasciata cadere l'acqua e l'asse delle ordinate rivolto verso il basso).

L'equazione del moto in verticale è $y=\frac{1}{2}g\,t^2+v_0 t\,sen\,\theta$.

Poniamo $y=h\simeq\frac{1}{2}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot(8\,s)^2+100\,\frac{m}{s}\cdot 8\,s\cdot sen\,30\,°\simeq 714\,m$.

L'equazione del moto in direzione orizzontale è $x=v_0 t\cos\theta$.

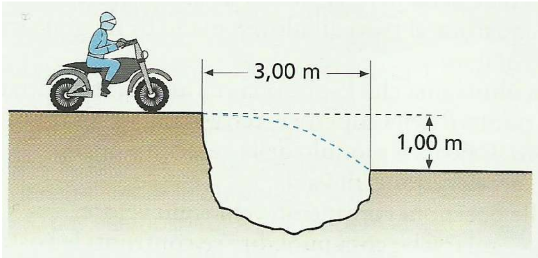
Distanza percorsa: $s=100\,\frac{m}{s}\cdot 8\,s\cdot\cos 30\,°\simeq 693\,m$.

Le equazioni che esprimono la velocità in funzione del tempo sono: $\begin{cases} v_x=v_0\cos\theta \\ v_y=g\,t+v_0\,sen\,\theta \end{cases}$.

Quando l'acqua arriva al suolo: $\begin{cases} v_x=100\,\frac{m}{s}\cdot\cos 30\,°\simeq 87\,\frac{m}{s} \\ v_y\simeq 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 8\,s+100\,\frac{m}{s}\cdot sen\,30\,°\simeq 128\,\frac{m}{s} \end{cases}$.

Quindi: $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\simeq\sqrt{87^2+128^2}\simeq 155\,m/s$.

Es. n. 95 pag. 243



In una competizione di motocross un motociclista percorre un tracciato orizzontale che, a un certo punto, è interrotto da un fossato di 3,00 *m* di lunghezza. Al di là del fossato il terreno si trova più in basso di 1,00 *m*, come indicato in figura. Qual è la velocità minima con cui il motociclista deve affrontare il salto?

[6,64 *m/s*]

Soluzione

Scegliamo un sistema di riferimento analogo a quello dell'esercizio precedente.

Il tempo che il motociclista impiega a diminuire la propria altezza di $1\,m$ è dato da:

$$h=\frac{1}{2}g\,t^2 \;\Rightarrow\; t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}\simeq\sqrt{\frac{2\cdot 1\,m}{9{,}81\,m/s^2}}\simeq 0{,}451\,s \quad .$$

Poiché nel tempo t_1 egli deve spostarsi orizzontalmente di almeno $l=3\,m$, dovrà essere:

$$l\le v_0 t \;\Rightarrow\; v_0\ge\frac{l}{t}\simeq\frac{3\,m}{0{,}451\,s}\simeq 6{,}65\frac{m}{s} \quad .$$

Es. n. 96 pag. 243

Un bambino, dopo avere attaccato una biglia di vetro all'estremità di una corda, la fa ruotare di moto circolare uniforme lungo una circonferenza orizzontale di raggio 0,300 *m*. Il piano in cui giace la circonferenza si trova a un'altezza di 1,20 *m* da terra. A un certo istante la corda si rompe e la biglia cade a una distanza orizzontale di 2,00 *m* dal punto in cui si trovava in quell'istante. Calcola l'accelerazione centripeta della biglia durante il suo moto circolare. $[54{,}5\, m/s^2]$

Soluzione

Il tempo che la biglia impiega a cadere dall'altezza $h=1{,}2\,m$ è dato da:

$$h=\frac{1}{2}g t^2 \;\Rightarrow\; t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}\simeq\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}2\,m}{9{,}81\,m/s^2}}\simeq 0{,}495\,s \quad .$$

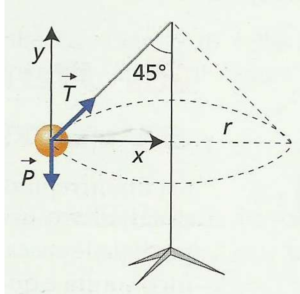
Poiché nel tempo t_1 essa si sposta orizzontalmente di un tratto $l=2\,m$, dovrà essere:

$$l=v_0 t \;\Rightarrow\; v_0=\frac{l}{t}\simeq\frac{2\,m}{0{,}495\,s}\simeq 4{,}04\,\frac{m}{s} \quad .$$

L'accelerazione centripeta è quindi: $a_c=\frac{v^2}{r}\simeq\frac{(4{,}04\,m/s)^2}{0{,}3\,m}\simeq 54{,}4\,\frac{m}{s^2}$.

Es. n. 97 pag. 243

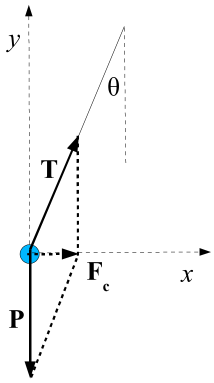
Una pallina legata a un filo, che si muove di moto circolare uniforme intorno a un asse verticale, come mostrato in figura, costituisce un pendolo conico. Sapendo che il filo è lungo 56,6 *cm* e che forma con la verticale un angolo di 45°, calcola la velocità della pallina. [1,98 *m/s*]



Soluzione

Sulla pallina agiscono la tensione del filo e la forza peso.

Esse si fanno equilibrio in direzione verticale, mentre la loro risultante in direzione orizzontale agisce come forza centripeta:



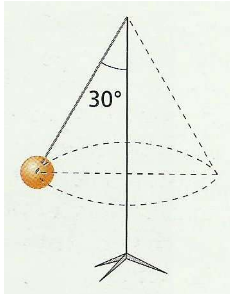
$$\begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\,sen\,\theta = \dfrac{mv^2}{r} \end{cases} .$$

Dividendo membro a membro le due equazioni (o semplicemente ricavando T dalla prima e sostituendo nella seconda), ricaviamo: $\frac{v^2}{rg} = tg\,\theta \;\Rightarrow$

$$v = \sqrt{rg\,tg\,\theta} = \sqrt{l\,g\,sen\,\theta\,tg\,\theta} \simeq \sqrt{0{,}566\,m \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot sen\,45° \cdot tg\,45°} \simeq 1{,}98\,\frac{m}{s} .$$

Es. n. 98 pag. 243

La sferetta del pendolo conico mostrato in figura si muove con velocità uguale a 2,0 *m/s*. Calcola la lunghezza del filo, sapendo che questo forma con la verticale un angolo di 30°. [1,4 *m*]



Soluzione

Procedendo come nell'esercizio precedente, ricaviamo:

$$\frac{v^2}{lg\, sen\,\theta}=tg\,\theta \;\Rightarrow\; l=\frac{v^2}{g\, sen\,\theta\, tg\,\theta}\simeq\frac{(2\,m/s)^2}{9{,}8\,m/s^2\cdot sen\,30°\cdot tg\,30°}\simeq 1{,}4\,m \quad .$$