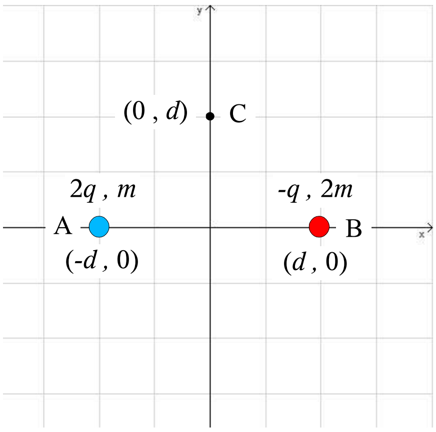
Abbiamo due particelle ferme, una di carica $2q$ (positiva) e massa m nel punto $A(-d,0)$, ed una di carica $-q$ (negativa) e massa $2m$ nel punto $B(d,0)$.



Dopo avere risposto in generale alle successive domande, sostituisci in ciascuna risposta i seguenti valori numerici:

$q=1{,}6\cdot10^{-19}\,C$, $m=1{,}7\cdot10^{-27}\,kg$ $d=1{,}0\,mm$.

Determina, giustificando le risposte:

a. il potenziale elettrico nell'origine degli assi;

b. il potenziale elettrico nel punto $C(0,d)$;

c. in quali punti sull'asse delle ascisse il potenziale elettrico si annulla;

d. l'energia potenziale elettrostatica del sistema formato dalle due cariche;

e. il lavoro compiuto dal campo elettrico per portare le cariche (*inizialmente ferme*) dall'infinito alla situazione data, giustificando il segno ottenuto;

f. il lavoro compiuto da altre forze contro il campo elettrico per portare le cariche (*inizialmente ferme*) dall'infinito alla situazione data, spiegando perché deve esserci.

Ora le particelle vengono lasciate libere di muoversi sotto l'azione della forza elettrostatica, e ad un certo istante hanno velocità v_A e v_B. Determina:

g. il rapporto p_B/p_A tra le loro quantità di moto;

h. il rapporto v_B/v_A tra le loro velocità;

i. il rapporto K_B/K_A tra le loro energie cinetiche;

j. il rapporto a_B/a_A tra le loro accelerazioni.

k. Schematizzando (*in maniera non realistica*) le particelle come due sfere di raggio $R=d/4$ con distribuzioni di carica uniformi, calcola le loro velocità al momento dell'urto.

Alunno/a: ______________________________ Classe: **4^B**

Quesito	***Punteggio***
a	/4
b	/4
c	/8
d	/4
e	/3
f	/3
g	/3
h	/3
i	/3
j	/3
k	/10
Totale	/48

Voto approssimato: $\frac{punteggio \quad totale}{6}+2=$ Voto finale:

Per ogni esercizio, il punteggio viene assegnato sulla base di:

(A) **Completezza**: sviluppo e scelta del procedimento concettuale o dei contenuti teorici;

(B) **Calcolo**: utilizzo degli algoritmi e delle procedure di calcolo;

(C) **Linguaggio**: utilizzo del linguaggio specifico della disciplina (anche grafico e simbolico) adeguato;

(D) Argomentazione: giustificare motivare e verificare i procedimenti utilizzati e le soluzioni ottenute.

<u>4^B</u> - *Correzione compito n°2*

a. Nei primi tre quesiti applichiamo il principio di sovrapposizione, per il quale il potenziale elettrico in un determinato punto è la somma dei potenziali che verrebbero generati in quel punto da ciascuna delle cariche presenti:

$$V(0,0)=k\frac{2q}{d}-k\frac{q}{d}=k\frac{q}{d}\simeq 9{,}0\cdot 10^{9}\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{10^{-3}}\simeq 14\cdot 10^{-7}\simeq 1{,}4\cdot 10^{-6}\,V \quad .$$

b. $$V(0,d)=k\frac{2q}{d\sqrt{2}}-k\frac{q}{d\sqrt{2}}=k\frac{q}{d\sqrt{2}}=\frac{V(0,0)}{\sqrt{2}}\simeq 1{,}0\cdot 10^{-6}\,V \quad .$$

c. La distanza tra due punti aventi la stessa ordinata è il <u>valore assoluto</u> della differenza delle ascisse:

$$V(x,0)=k\frac{2q}{|x+d|}-k\frac{q}{|x-d|}=0 \;\Rightarrow\; 2|x-d|=|x+d| \;\Rightarrow$$

$$4x^2-8dx+4d^2=x^2+2dx+d^2 \;\Rightarrow\; 3x^2-10dx+3d^2=0 \;\Rightarrow$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-9}}{3}d \;\Rightarrow\; x_1=\frac{1}{3}d\simeq 0{,}33\,mm\,;\quad x_2=3d\simeq 3{,}0\,mm \quad .$$

Se non vogliamo elevare al quadrato, possiamo studiare i segni degli argomenti dei valori assoluti.

In alternativa, osserviamo che il potenziale elettrico generato da una carica puntiforme è direttamente proporzionale alla carica e inversamente proporzionale alla distanza da essa. La prima carica è doppia della seconda, per cui anche la distanza del punto cercato dalla prima carica deve essere doppia della distanza di tale punto dalla seconda carica...

d. $$U_{el}=k\frac{q_1q_2}{r}=-2k\frac{q^2}{2d}=-k\frac{q^2}{d}\simeq -9{,}0\cdot 10^{9}\cdot\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{10^{-3}}\simeq -23\cdot 10^{-26}\simeq -2{,}3\cdot 10^{-25}\,J \quad .$$

e. $$L_{el}=-U_{el}=k\frac{q^2}{d}\simeq 2{,}3\cdot 10^{-25}\,J \quad .$$

Il lavoro è positivo in quanto la forza tra cariche di segno opposto è attrattiva, per cui, nell'avvicinare le cariche, la forza elettrostatica ha per entrambe lo stesso verso dello spostamento.

f. Se ci fossero solo le forze elettrostatiche, per il teorema dell'energia cinetica avremmo $\Delta K=L_{el}$, per cui le particelle, al momento di giungere nei punti A e B, avrebbero delle velocità non nulle.

Poiché, invece, il testo ci informa che esse sono ferme, ci deve essere stato un lavoro esterno

$L_{ext}=-L_{el}=-kq^2/d\simeq -2{,}3\cdot 10^{-25}\,J$, in modo che $L_{tot}=L_{el}+L_{ext}=0$.

g. Il sistema costituito dalle due particelle è isolato, in quanto su di esse non agiscono forze esterne, per cui la quantità di moto del sistema si conserva.

Poiché $p_{in}=0$, allora $p_{fin}=p_A-p_B=0 \;\Rightarrow\; p_B/p_A=1$.

h. Dal punto precedente: $p_A=p_B \;\Rightarrow\; mv_A=2mv_B \;\Rightarrow\; \dfrac{v_B}{v_A}=\dfrac{1}{2}$.

i. $\frac{K_B}{K_A}=\frac{1/2\cdot 2\,mv_B^2}{1/2\cdot mv_A^2}=2\cdot(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$.

j. Per il terzo principio della dinamica, le forze che ciascuna particella esercita sull'altra sono uguali in modulo e direzione, ma di verso opposto:

$$F_A=F_B \Rightarrow ma_A=2\,m\,a_B \Rightarrow \frac{a_B}{a_A}=\frac{1}{2} \ .$$

k. Poiché la forza elettrostatica è conservativa, l'energia totale del sistema di cariche rimane costante.

Energia iniziale: $E_{in}=U_{el\ in}=-k\frac{q^2}{d}$ (calcolata nel punto *d*).

Energia potenziale finale: $U_{el\ fin}=-k\frac{q^2}{R}$ (calcolata come nel punto *d*).

Energia cinetica finale: $K_{fin}=\frac{1}{2}m\,v_A^2+\frac{1}{2}\cdot 2\,m\,v_B^2$.

Sostituiamo $v_A=2v_B$ e $R=d/4$ e imponiamo la conservazione dell'energia totale:

$$U_{el\ in}=U_{el\,fin}+K_{fin} \Rightarrow -k\frac{q^2}{d}=-k\frac{q^2}{d/4}+3\,mv_B^2 \Rightarrow 3\,mv_B^2=3\,k\frac{q^2}{d} \Rightarrow$$

$$v_B=q\sqrt{\frac{k}{md}}\simeq 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot\sqrt{\frac{9{,}0\cdot 10^9}{1{,}7\cdot 10^{-27}\cdot 10^{-3}}}\simeq 12\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v_A=2\,v_B=2\,q\sqrt{\frac{k}{md}}\simeq 23\frac{m}{s} \ .$$