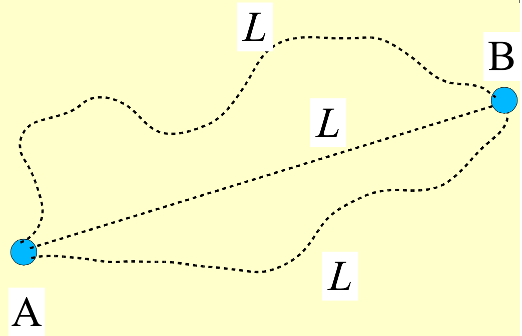
Come sappiamo, alcune forze sono dotate di una proprietà interessante, ovvero:

il lavoro che esse compiono nello spostamento di un corpo da un punto A ad un punto B

non dipende dal particolare cammino che il corpo ha seguito, ma

esclusivamente dal punto di partenza A e dal punto di arrivo B.



Forze di questo genere vengono chiamate **conservative**.

E' semplice dimostrare che la forza peso e la forza elastica sono conservative.

Non è semplice (perché ci manca il concetto matematico di integrale), ma è possibile dimostrare che la forza gravitazionale e la forza elettrostatica sono conservative.

Se una forza è conservativa, possiamo associarle una grandezza, che chiamiamo **energia potenziale**, in modo che il lavoro compiuto dalla forza conservativa mentre il corpo si sposta dal punto A al punto B sia uguale alla variazione di energia potenziale tra A e B cambiata di segno (vedremo subito il motivo del cambiamento di segno).

Quindi per la forza elettrostatica:

$$L_{el\, A\rightarrow B}=-\Delta U_{el}=-(U_{el\, B}-U_{el\, A})=U_{el\, A}-U_{el\, B}\ .$$

Ricordiamo il teorema dell'energia cinetica: $\Delta K = L_{tot}$.

Se sul corpo agiscono solo forze conservative, e in particolare elettrostatiche:

$$\Delta K = -\Delta U_{el} \Rightarrow \Delta K + \Delta U_{el} = 0 \ .$$

<u>Quindi, se su un corpo/sistema agiscono solo forze conservative (nel nostro caso elettrostatiche), la sua energia totale (somma dell'energia cinetica e potenziale) si conserva</u>: $\Delta E = 0 \Rightarrow E_{fin} = E_{in}$.

Osservazioni:

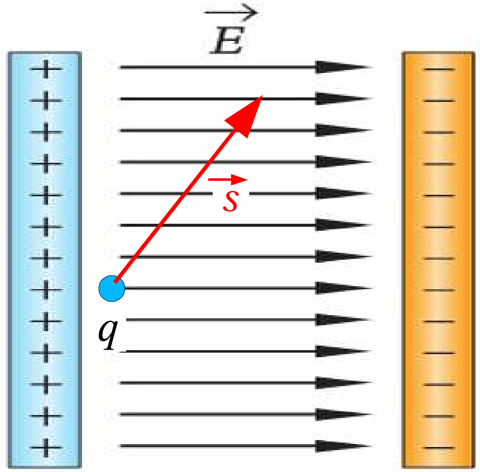
- il cambiamento di segno nella definizione dell'energia potenziale serviva per fare in modo che l'energia totale fosse costante;
- in termini semplici e poco precisi, le forze conservative si chiamano così perché causano la conservazione dell'energia totale;
- come nel caso gravitazionale, ciò che ha senso fisico (ovvero che è misurabile) è solo la <u>variazione</u> dell'energia potenziale; nei vari esercizi, per praticità, si fissa arbitrariamente lo zero dell'energia potenziale (ad esempio, all'infinito, o sulla lastra di un condensatore).

Per calcolare la variazione di energia potenziale elettrostatica di un corpo che si sposta dal punto A al punto B, dovremmo calcolare il lavoro compiuto dal campo elettrostatico sul corpo mentre esso si sposta da A a B (e cambiare segno).

Nel caso generale, questo è estremamente complicato.

In pratica, a livello liceale, incontrerai solo due casi.

Caso 1. <u>Campo elettrostatico uniforme</u>



(esempio: interno di un condensatore).

In questo caso, è sufficiente applicare:

$$L_{el} = \vec{F} \cdot \vec{s} = q\,\vec{E} \cdot \vec{s} = q\,E\,(x_B - x_A)$$

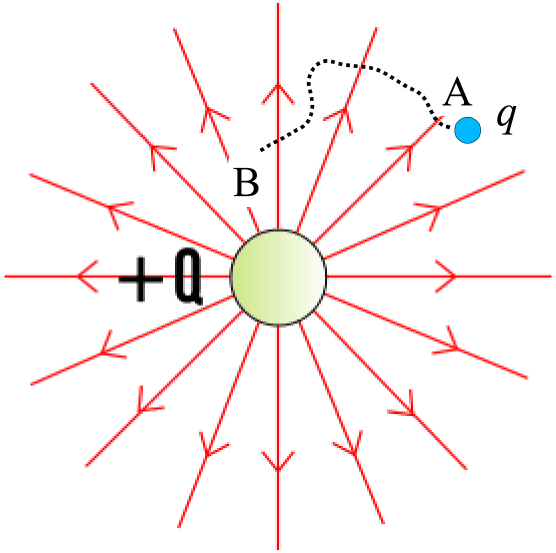
e quindi:

$$\boxed{\Delta U_{el} = U_B - U_A = -L_{A \to B} = q\,E\,(x_A - x_B)\ .}$$

Esempio: se la carica q in figura è positiva, allora il lavoro L_{el} compiuto su di essa dal campo elettrico è positivo, la variazione di energia potenziale elettrostatica ΔU_{el} è negativa, la variazione di energia cinetica ΔK è positiva (la carica accelera).

Caso 2. <u>Campo elettrostatico di una carica puntiforme</u> Q: $E = k\dfrac{Q}{r^2}$.

Qui non è sufficiente applicare la definizione "semplice" di Lavoro come "Forza per Spostamento" (con o senza prodotto scalare), perché la forza esercitata sul corpo cambia da punto a punto.



E' necessario applicare la tecnica matematica del calcolo integrale (concettualmente, corrisponde a dividere la traiettoria in tanti intervalli in cui si possa applicare la definizione semplice e sommare tutti i risultati così ottenuti).

Il risultato (per il momento da accettare per fede) è:

$$\Delta U_{el} = U_B - U_A = -L_{A \to B} = k\, qQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \ .$$

Se poi, come si fa in genere, si impone che l'energia potenziale si annulli per $r \to \infty$,

allora ricaviamo che:

l'energia potenziale posseduta da una carica (puntiforme) q che si trova ad una distanza r da una carica puntiforme Q è:

$$U = k \frac{qQ}{r} \ .$$

I più svegli si saranno accorti che la precedente definizione è inconsistente.

Per rendertene conto, prova a rispondere alle seguenti domande:

- quanto vale l'energia potenziale della carica q nel campo di Q?
- quanto vale l'energia potenziale della carica Q nel campo di q?
- quanto vale l'energia potenziale <u>totale</u> del sistema delle cariche q e Q?

Ti accorgi che c'è qualcosa che “non torna”?

Facendo finta di non accorgerci della precedente inconsistenza, potremmo svolgere un'operazione analoga al passaggio da forza elettrostatica a campo elettrostatico, ovvero definire una grandezza che sia indipendente dalla "carica di prova" q e che dipenda solo dal punto dello spazio in cui ci troviamo.

Introduciamo quindi la **differenza di potenziale** ΔV (d.d.p.) tra due punti:

- prendiamo una carica q nel punto A, e calcoliamo la sua energia potenziale U_A ;
- portiamo la carica q nel punto B, e calcoliamo la sua energia potenziale U_B ;
- definiamo $\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{L_{el\, A \to B}}{q}$.

Nei due casi particolari che consideriamo, avremo:

Caso 1. Campo elettrico uniforme: $\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = E(x_A - x_B)$.

Caso 2. Campo elettrico di una carica uniforme: $\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = kQ(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A})$.

Imponendo che il potenziale si annulli per $r \to \infty$:

il potenziale elettrostatico in un punto P a distanza r da una carica puntiforme Q è:

$$V = k\frac{Q}{r}$$.

Formalmente, se consideriamo cariche puntiformi, potremmo schematizzare le grandezze elettrostatiche come indicato in tabella:

grandezze	vettoriali	scalari
che dipendono dalla carica di prova	Forza: $F = k\frac{qQ}{r^2}$	Energia potenziale: $U = k\frac{qQ}{r}$
che NON dipendono dalla carica di prova	Campo: $E = k\frac{Q}{r^2}$	Potenziale: $V = k\frac{Q}{r}$