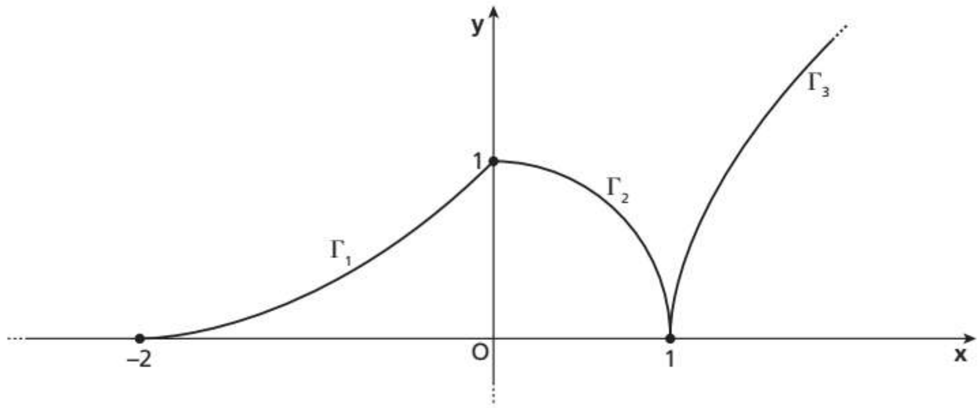
4^B - *Domande dalla prova di esame 2023*

P1. Il grafico in figura, rappresentativo della funzione continua $y=f(x)$, è unione dell'arco di parabola Γ_1, dell'arco di circonferenza Γ_2 e dell'arco di iperbole equilatera Γ_3.



Scrivi l'espressione analitica della funzione *f* definita a tratti nell'intervallo [−2; 2].

Risposta: $f(x)=\begin{cases} 1/4(x+2)^2 & per\ \ -2\le x\le 0 \\ \sqrt{1-x^2} & per\ \ 0<x\le 1 \\ \sqrt{x^2-1} & per\ \ 1<x\le 2 \end{cases}$.

Scrivi le equazioni delle eventuali rette tangenti nei punti di ascissa:

$x=-2$, $x=0$, $x=1$, $x=2$.

Risposte:

- $x=-2$: $y=0$;
- $x=0$: non esiste (tg. sx $y=x+1$; tg. dx $y=1$);
- $x=1$: $x=1$;
- $x=2$: $y=\dfrac{2}{\sqrt{3}}x-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Risolvi l'equazione $\dfrac{1}{12}(k+2)^3=\dfrac{1}{3}$. *Risposta*: $k=-2+\sqrt[3]{4}$.

P2. Considera la funzione $f_a(x)=\dfrac{x^2-ax}{x^2-a}$ il cui grafico verrà indicato con Ω_a .

Dimostra che,per $a\neq 1$, tutti i grafici Ω_a intersecano la retta di equazione $y=1$ in uno stesso punto. *Risposta*: $(1,1)$.

Risolvi la disequazione $\dfrac{a(x^2-2x+a)}{(x^2-a)^2}>0$ per $a<1$.

Risposta:

- per $a<0$: $1-\sqrt{1-a}<x<1+\sqrt{1-a}$;

- per $0<a<1$: $(x<1-\sqrt{1-a} \ \wedge \ x\neq-\sqrt{a}) \ \vee \ x>1+\sqrt{1-a}$.

Q1. Sia ABC un triangolo rettangolo in A. Sia O il centro del quadrato BCDE costruito sull'ipotenusa, dalla parte opposta al vertice A.
Dimostra che O è equidistante dalle retteAB e AC.

Q5. Determina l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y=\sqrt{25-x^2}$ nel suo punto di ascissa 3, utilizzando due metodi diversi.