1. Risolvi i seguenti sistemi lineari con uno dei metodi studiati:

$$\begin{cases} 2y-5=-2x-6+y \\ 2(x-1)=3(1-2y)+19 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \dfrac{x-2}{5}-\dfrac{2y-1}{3}=\dfrac{x+y}{15} \\ \dfrac{1}{3}x-2y=1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 3x-2y+z=0 \\ x-y+z=0 \\ 4x+2y-3z=5 \end{cases}$$

2. Da un gruppo di ragazzi vanno via 20 femmine, e così rimangono due ragazzi per ciascuna ragazza. A questo punto, vanno via 60 maschi, e così restano due ragazze per ogni ragazzo. Calcola quanti erano i maschi e le femmine nel gruppo iniziale.
3. In un distributore automatico di bevande calde ci sono 100 cialde; quelle per il caffè sono da 7 *g*, mentre quelle per il tè sono da 4 *g*. Alla fine della giornata sono rimaste 23 cialde e sono stati consumati in tutto 380 *g* di prodotti. Quante cialde di ciascun tipo sono state utilizzate?
4. Un contenitore A è pieno di olio, con densità $d_{olio}=920\,g/dm^3$, ed un contenitore B è pieno di aceto, con densità $d_{aceto}=1020\,g/dm^3$. Mescolando i due recipienti, si ottengono 1098 *g* di miscela. Se, invece, il contenitore A fosse pieno di aceto ed il contenitore B di olio, mescolandoli si otterrebbero 1036 *g* di miscela. Calcola i volumi dei due contenitori.
5. Enuncia e dimostra il teorema sulle tangenti condotte da un punto esterno ad una circonferenza.
6. In una circonferenza di centro O traccia una corda AB e la semiretta *t* tangente alla circonferenza in B e che si trova (rispetto alla retta AB) nel semipiano che contiene il centro.

   Prendi su *t* il punto C tale che $AB=BC$ e indica con P il punto di intersezione della retta AC con la circonferenza. Dimostra che $PB=PC$ e che $B\hat{P}C=2\,O\hat{B}P$.

   (Può essere utile porre $B\hat{A}C=\alpha$).

Alunno/a: ________________________________ Classe: **2^D**

Esercizio	***A***	***B***	***C***	***D***	***Punteggio***
1					/30
2					/12
3					/12
4					/12
5					/10
6					/20
Totale					/96

Voto approssimato: $\frac{punteggio \quad totale}{12}+2=$ Voto finale:

(A) **Completezza**: sviluppo e scelta del procedimento concettuale o dei contenuti teorici;

(B) **Calcolo**: utilizzo degli algoritmi e delle procedure di calcolo;

(C) **Linguaggio**: utilizzo del linguaggio specifico della disciplina (anche grafico e simbolico) adeguato;

(D) **Argomentazione**: giustificare motivare e verificare i procedimenti utilizzati e le soluzioni ottenute.

2^D - Correzione compito n°1

1.

a. $\begin{cases} y=-2x-1 \\ 2x-2=3-6y+19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-2x-1 \\ 2x+6(-2x-1)-24=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-2x-1 \\ 2x-12x-6-24=0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -10x=30 \\ y=-2x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases} \quad Sol:\ (-3,5)$;

b. $\begin{cases} \frac{x-2}{5}-\frac{2y-1}{3}=\frac{x+y}{15} \\ \frac{1}{3}x-2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x-6-10y+5}{15}=\frac{x+y}{15} \\ x=6y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-11y=1 \\ x=6y+3 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} 2(6y+3)-10y=1 \\ x=6y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12y+6-11y=1 \\ x=6y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-5 \\ x=-27 \end{cases} \quad Sol:\ (-27,-5)$;

c. $\begin{cases} x=y-z \\ 3(y-z)-2y+z=0 \\ 4(y-z)+2y-3z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-z \\ 3y-3z-2y+z=0 \\ 4y-4z+2y-3z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-z \\ y-2z=0 \\ 6y-7z=5 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x=y-z \\ y=2z \\ 12z-7z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-z \\ y=2z \\ 5z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=2 \\ x=1 \end{cases} \quad Sol:\ (1,2,1)$.

2. *Primo metodo*. Indichiamo con M ed F i numeri <u>iniziali</u> di maschi e femmine. Sappiamo che:

   $\begin{cases} M=2(F-20) \\ F-20=2(M-60) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M=2F-40 \\ F-20=2M-120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M=2F-40 \\ F-20=2(2F-40)-120 \end{cases} \Rightarrow$

   $\begin{cases} M=2F-40 \\ F-20=4F-80-120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M=2F-40 \\ 3F=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F=60 \\ M=120-40=80 \end{cases}$.

   Quindi inizialmente il gruppo era composto da 80 maschi e 60 femmine.

   Secondo metodo. Indichiamo con x il numero finale di maschi, per cui il numero finale di femmine sarà $2x$. Nella fase precedente avremo: $x+60=2\cdot 2x \Rightarrow 3x=60 \Rightarrow x=20 \Rightarrow 2x=40$.

   Quindi all'inizio c'erano $20+60=80$ maschi e $40+20=60$ femmine.

3. Indichiamo con c e t i numeri di cialde di caffè e tè utilizzate nella giornata. Sappiamo che:

   $\begin{cases} c+t=77 \\ 7c+4t=380 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=77-c \\ 7c+4(77-c)=380 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=77-c \\ 7c+308-4c=380 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=77-c \\ 3c=72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=24 \\ t=53 \end{cases}$.

   Quindi sono state utilizzate 24 cialde di caffè e 53 di tè.

4. Indichiamo con V_A e V_B i volumi dei due contenitori. Sappiamo che:

   $\begin{cases} 920V_A+1020V_B=1098 \\ 1020V_A+920V_B=1036 \end{cases}$.

   Se vogliamo utilizzare il metodo di riduzione, moltiplichiamo la prima eq. per 1020, la seconda per

920, e sottraiamo membro a membro:

$$(1020^2 - 920^2)\, V_B = 1098 \cdot 1020 - 1036 \cdot 920 \;\Rightarrow\; V_B = \frac{166.840}{194.000} = 0{,}86\, dm^3 \quad .$$

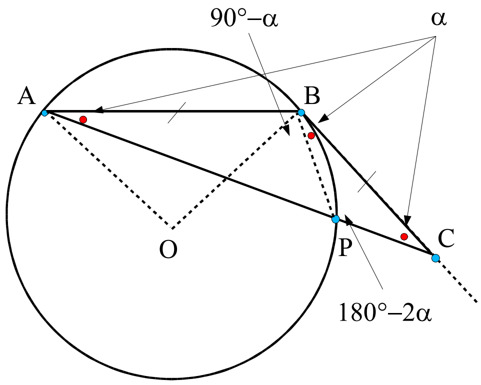
In maniera analoga, moltiplichiamo la prima eq. per 920, la seconda per 1020, e sottraiamo membro a membro la prima dalla seconda:

$$(1020^2 - 920^2)\, V_A = 1036 \cdot 1020 - 1098 \cdot 920 \;\Rightarrow\; V_A = \frac{46.560}{194.000} = 0{,}24\, dm^3 \quad .$$

Quindi i volumi dei due contenitori misurano: $V_A = 0{,}24\, dm^3$ e $V_B = 0{,}86\, dm^3$.

5. Vedi libro di testo.
6. *Ipotesi*: $OA = OB$; $AB = BC$; $BC \perp OB$.

   Tesi: $PB = PC$; $B\hat{P}C = 2\, O\hat{B}P$.



   Dim. a.

   $AB = BC$ per ipotesi, quindi $B\hat{A}C = B\hat{C}A = \alpha$ per il teo. del triangolo isoscele.

   $B\hat{A}C = C\hat{B}P = \alpha$ in quanto angoli alla circonferenza che insistono sull'arco BP.

   Quindi $P\hat{B}C = P\hat{C}B$ per la proprietà transitiva dell'uguaglianza.

   Quindi $PB = PC$ per il teo. inv. del triangolo isoscele c.v.d.

   Dim. b.

   $B\hat{P}C = 180° - 2\alpha$ per la somma degli angoli interni del triangolo BPC.

   $O\hat{B}C = 90°$ per ipotesi (la retta tangente è perpendicolare al raggio per il punto di tangenza).

   $O\hat{B}P = 90° - \alpha$ per differenza.

   Quindi $B\hat{P}C = 2\, O\hat{B}P$ c.v.d.