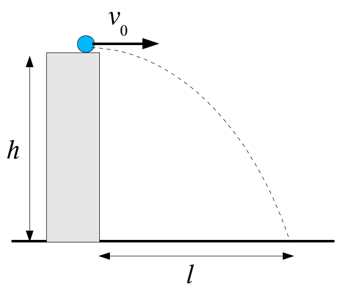
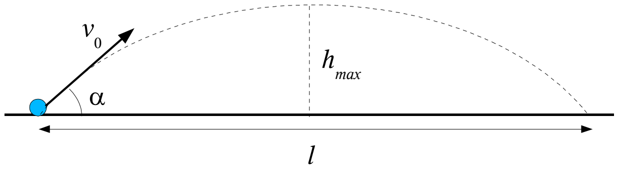
Nota: nei successivi quesiti non devi utilizzare formule imparate a memoria per gittata, tempo di volo, massima altezza, etc, ma devi ricavarle dai concetti appresi in classe (in particolare dalle leggi del moto uniforme e di quello uniformemente accelerato).



1. Un oggetto viene lanciato con velocità iniziale $v_0 = 10\,m/s$ orizzontale da una torre di altezza $h = 20\,m$. Calcola:
   a. il tempo t_1 impiegato dall'oggetto per cadere a terra;
   b. la distanza l dalla torre a cui l'oggetto cade (gittata);
   c. modulo e direzione della velocità v_1 che l'oggetto possiede quando cade al suolo;
   d. il tempo t_2 impiegato dall'oggetto per arrivare ad una altezza $h/2$;
   e. l'istante t_3 in cui il modulo della velocità dell'oggetto ha il valore $v_3 = v_0\sqrt{2}$.
   f. Spiega come cambiano i risultati dei punti *a* e *b* nei seguenti casi:
      - l'altezza di lancio viene moltiplicata per un fattore k: $h' = k\,h$;
      - la velocità iniziale viene moltiplicata per un fattore k: $v_0' = k\,v_0$;
      - l'accelerazione di gravità viene moltiplicata per un fattore k: $g' = kg$.
2. Un oggetto viene lanciato con velocità iniziale $v_0 = 200\,m/s$ e con un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale da un punto che si trova al suolo. Calcola:



   a. il tempo t_1 impiegato dall'oggetto per raggiungere l'altezza massima;
   b. la misura h_{max} di tale altezza massima;
   c. il tempo t_2 impiegato dall'oggetto per cadere a terra; cosa puoi osservare?
   d. la distanza l dell'oggetto dal punto di partenza nel momento in cui esso cade a terra (gittata);
   e. in quali istanti di tempo t_3 e t_4 l'oggetto si trova alla quota $h_1 = 250\,m$; cosa osservi?

Alunno/a: ______________________________ Classe: **2^D**

Esercizio	*Punteggio*
1a	/3
1b	/2
1c	/4
1d	/3
1e	/4
1f	/3
2a	/3
2b	/4
2c	/4
2d	/2
2e	/4
Totale	/36

Voto approssimato: $\frac{punteggio \quad totale}{4,5}+2=$ Voto finale:

Per ogni esercizio, il punteggio viene assegnato sulla base di:

(A) **Completezza**: sviluppo e scelta del procedimento concettuale o dei contenuti teorici;

(B) **Calcolo**: utilizzo degli algoritmi e delle procedure di calcolo;

(C) **Linguaggio**: utilizzo del linguaggio specifico della disciplina (anche grafico e simbolico) adeguato;

(D) **Argomentazione**: giustificare motivare e verificare i procedimenti utilizzati e le soluzioni ottenute.

<u>2^D</u> - *Correzione compito n°2*

1. Seguiamo le scelte usuali per il sistema di coordinate (origine alla base della torre, verso positivo dell'asse x nella direzione del moto dell'oggetto, verso positivo dell'asse y verso l'alto, istante iniziale quello del lancio dell'oggetto).

   a. $y=0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g t^2+h=0 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}\simeq\sqrt{\frac{2\cdot 20\,m}{9{,}8\,m/s^2}}\simeq 2{,}0\,s$;

   b. $l=v_0 t_1\simeq 10\,m/s\cdot 2{,}0\,s\simeq 20\,m$;

   c. Poiché il moto lungo x è uniforme: $v_{1x}=v_0=10\,m/s$;

   lungo y: $v_{1y}=-g t_1\simeq -9{,}8\,m/s^2\cdot 2{,}0\,s\simeq -20\,m/s$;

   modulo: $v_1=\sqrt{v_{1x}^2+v_{1y}^2}\simeq\sqrt{10^2+20^2}\simeq 22\,m/s$;

   direzione: $\alpha=tg^{-1}\frac{v_{1y}}{v_{1x}}\simeq tg^{-1}\frac{-20}{10}\simeq -63°$

   (α è l'angolo che la direzione della velocità forma con il semiasse positivo delle x, ed il segno negativo è dovuto al fatto che il vettore velocità è diretto verso il basso).

   d. Possiamo utilizzare la formula del punto *a* sostituendo $h\rightarrow h/2$:

   $t_2=\sqrt{\frac{2h/2}{g}}=\frac{t_1}{\sqrt{2}}\simeq\frac{2{,}0\,s}{\sqrt{2}}\simeq 1{,}4\,s$.

   e. Dal momento che $v_x=v_0$ in ogni istante, avremo $v_3=v_0\sqrt{2}$ quando anche $|v_y|=v_0$ (relazione tra lato e diagonale di un quadrato, ovvero teorema di Pitagora).

   Imponiamo quindi: $|v_y|=g t_3=v_0 \Rightarrow t_3=\frac{v_0}{g}\simeq\frac{10\,m/s}{9{,}8\,m/s^2}\simeq 1{,}0\,s$.

   f. Sostituendo nelle formule $t=\sqrt{2h/g}$ e $l=v_0 t=v_0\sqrt{2h/g}$ ricavate in precedenza, otteniamo i risultati sintetizzati dalla seguente tabella:

se	*allora*	
$h'=kh$	$t'=\sqrt{k}\,t$	$l'=\sqrt{k}\,l$
$v_0'=k\,v_0$	$t'=t$	$l'=kl$
$g'=kg$	$t'=t/\sqrt{k}$	$l'=l/\sqrt{k}$

2. Anche in questo caso definiamo il sistema di coordinate nella maniera più naturale (origine nel punto di lancio, verso positivo dell'asse x nella direzione del moto dell'oggetto, verso positivo dell'asse y verso l'alto, istante iniziale quello del lancio).

   a. L'oggetto raggiunge l'altezza massima quando la sua velocità verticale si annulla:

   $v_y=0 \Rightarrow -g t+v_0\,sen\,\alpha=0 \Rightarrow t_1=\frac{v_0\,sen\,\alpha}{g}\simeq\frac{200\,m/s\,sen\,30°}{9{,}8\,m/s^2}\simeq 10\,s$.

b. $h_{max}=-\frac{1}{2}g\,t_1^2+v_0 t_1\,sen\,\alpha\simeq-\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\cdot 10^2+200\cdot 10\cdot sen\,30°\simeq 510\,m$.

Ancora meglio ricavare la formula generale:

$$h_{max}=-\frac{1}{2}g\,t_1^2+v_0 t_1\,sen\,\alpha=-\frac{1}{2}g\cdot\frac{v_0^2 sen^2\alpha}{g^2}+v_0\cdot\frac{v_0\,sen\,\alpha}{g}sen\,\alpha=\frac{v_0^2 sen^2\alpha}{2g} \quad .$$

c. $y=0 \;\Rightarrow\; -\frac{1}{2}g\,t^2+v_0 t\,sen\,\alpha=0 \;\Rightarrow\; t(g\,t-2v_0\,sen\,\alpha)=0$.

Ricaviamo intanto una sol. banale $t=0$, che esprime il fatto che inizialmente l'oggetto si trovava ad altezza nulla; la seconda sol. è quella richiesta:

$$t_2=\frac{2v_0\,sen\,\alpha}{g}\simeq\frac{2\cdot 200\,m/s\,sen\,30°}{9{,}8\,m/s^2}\simeq 20\,s \quad .$$

Osserviamo che, come era intuitivo, $t_2=2t_1$.

d. $l=v_0 t_2\cos\alpha\simeq 200\,m/s\cdot 20\,s\cdot\cos 30°\simeq 3.500\,m$.

Come sempre meglio ricavare la formula generale:

$$l=v_0 t_2\cos\alpha=v_0\cdot\frac{2v_0\,sen\,\alpha}{g}\cos\alpha=\frac{2v_0^2\,sen\,\alpha\cos\alpha}{g} \quad .$$

e. Imponiamo $y=-\frac{1}{2}g\,t^2+v_0 t\,sen\,\alpha=h_1 \;\Rightarrow\; g\,t^2-2v_0 t\,sen\,\alpha+2h_1=0 \;\Rightarrow$

$$t=\frac{v_0\,sen\,\alpha\pm\sqrt{v_0^2 sen^2\alpha-2g\,h_1}}{g}\simeq\frac{200\,sen\,30°\pm\sqrt{200^2 sen^2 30°-2\cdot 9{,}8\cdot 250}}{9{,}8}\simeq$$

$$\frac{100\pm\sqrt{5100}}{9{,}8}\simeq\frac{100\pm 71{,}4}{9{,}8} \;\Rightarrow\; t_3\simeq 2{,}9\,s\,;\; t_4\simeq 17\,s \quad .$$

Osserviamo che, come era prevedibile, t_3 e t_4 sono (entro la precisione dei nostri risultati) “equidistanti” dall'istante t_1 in cui l'oggetto ha raggiunto la massima altezza, ovvero che t_1 è la media aritmetica tra t_3 e t_4.